



MINISTERIO DE EDUCACIÓN  
DIRECCIÓN NACIONAL DE EDUCACIÓN  
GERENCIA DE SEGUIMIENTO A LA CALIDAD  
DEPARTAMENTO DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

## PAESITA 2012

Informe de resultados de los ítems de  
Procedimiento. 3º, 6º y 9º grados

# MATEMÁTICA

CUADERNILLO PARA  
DOCENTES

PAESITA  
2013

## CRÉDITOS

### **Franzis Hato Hasbún Barake**

Ministro de Educación Ad-honorem

### **Héctor Jesús Samour Canán**

Viceministro de Educación

### **Erlinda Hándal Vega**

Viceministra de Ciencia y Tecnología

### **Renzo Uriel Valencia Arana**

Director Nacional de Educación

### **Juan Carlos Arteaga Mena**

Gerente de Seguimiento a la Calidad

### **Hilda Dolores Álvarez Aguilar**

Jefa del Departamento de Evaluación de los Aprendizajes

## DISEÑO Y ELABORACIÓN

### **German Alexander Acosta González**

### **Mario Roberto Ramírez Chávez**

Técnicos del Departamento de Evaluación de los Aprendizajes

## DIAGRAMACIÓN

### **Edwin Salvador Ramírez Rivera**

**CONTENIDO**

1. SELECCIÓN DE LA MUESTRA PARA LA CODIFICACIÓN.....	5
2. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE CODIFICACIÓN.....	6
3. ÍTEMS DE DESARROLLO DE PRIMER CICLO .....	7
4. ÍTEMS DE DESARROLLO DE SEGUNDO CICLO .....	24
5. ÍTEMS DE DESARROLLO DE TERCER CICLO.....	39
6. CONCLUSIONES GENERALES.....	57
7. RECOMENDACIONES GENERALES .....	59

## PRESENTACIÓN

En la prueba de logros de aprendizaje de matemática se incluyeron tanto ítems de opción múltiple como ítems de respuesta abierta o de desarrollo para explorar diferentes conocimientos y habilidades de los estudiantes.

En los ítems de respuesta abierta, a diferencia de los de opción múltiple, el proceso o desarrollo que plasma el estudiante tiene tanta o más importancia que el resultado, porque dicho proceso facilita conocer los distintos caminos de exploración que sigue el estudiante al resolver o intentar resolver el ejercicio o la situación que se le plantea.

Por lo tanto, los ítems de respuesta abierta necesitan la clasificación y codificación por parte de docentes que conozcan o tengan experiencia en el área de matemática y del ciclo que se ha evaluado.

En ese sentido, este informe presenta varios apartados donde se describen desde la etapa de selección de la submuestra de ítems de respuesta abierta a codificar, hasta la presentación de diversos ejemplos de los trabajos realizados por los estudiantes en cada uno de los tres ciclos.

Además, se presenta un análisis de los resultados obtenidos de la codificación realizada a los dos ítems por ciclo que se incluyeron en la prueba; así como las conclusiones generales y recomendaciones.

Es importante destacar que con la información que se presenta en este documento se pretende brindar insumos a los docentes que les permitan tomar las decisiones más pertinentes para diseñar, elaborar e implementar metodologías de enseñanzas ajustadas a las necesidades de sus estudiantes en las respectivas instituciones educativas.

## 1. SELECCIÓN DE LA MUESTRA PARA LA CODIFICACIÓN.

La codificación de los ítems de Matemática (en cada nivel) se realizó utilizando un Manual de Codificación en el que se detallan las categorías e indicadores que se exploran a través de este ítem. Debido al detalle y tiempo que implica aplicar cada uno de los códigos asignados a dichos indicadores, fue necesario hacer la selección de una submuestra de los estudiantes que realizaron las pruebas en la Evaluación de Logros de Aprendizaje 2012.

A nivel nacional la prueba se aplicó a 33,365 estudiantes, distribuidos en cada grado de la siguiente forma:

3º	6º	9º	Total
11,562	12,093	9,710	33,365

Este total de estudiantes evaluados fue la base sobre la cual se calculó la submuestra con la que se codificaron los dos ítems incluidos en cada grado.

Los estudiantes se clasificaron en estratos tomando en cuenta el departamento, el sector y la zona.

Se organizaron todos los ítems según los estratos mencionados. La selección de los ítems a codificar se hizo de manera aleatoria en cada departamento; pero tomando en cuenta la cantidad propuesta para cada uno de los estratos.

De la submuestra sugerida, y en consideración a las características propias de los ítems en la asignatura de Matemática, se codificaron en promedio 360 ítems por cada grado evaluado.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE CODIFICACIÓN

Para que esta codificación sea lo más objetiva posible fue necesario elaborar una guía de las posibles situaciones que se espera realicen los estudiantes, cada una identificada por códigos que permiten simplificar el proceso de calificación, sin perder la información del trabajo mostrado por los estudiantes.

Para lograr recopilar la mayor cantidad de información se contó con la participación de técnicos del MINED de la especialidad de matemática con experiencia docente. El equipo de codificadores de la información estuvo conformado con personal de la Gerencia de Educación en Ciencia Tecnología e Innovación, Dirección adjunta del Sistema Integrado de Escuela Inclusiva de Tiempo Pleno, SI - EITP, del Departamento de Currículo y los autores de este informe, técnicos del Departamento de Evaluación de los Aprendizajes.

Para el proceso de codificación se clasificaron las respuestas de los estudiantes en las tres siguientes categorías: Respuesta Correcta, Respuesta Parcialmente Correcta y Respuesta Incorrecta; cada categoría se subdividió en Códigos de dos dígitos, según la habilidad matemática mostrada por los estudiantes al producir su respuesta. Si bien la guía describe y ejemplifica cada código, para lograr la mayor objetividad, los codificadores tomaron en cuenta el grado de habilidad matemática que el estudiante muestra al resolver lo que se le ha planteado.

Cada codificador contó con una grilla donde marcó el código que a su criterio corresponde a la habilidad que el estudiante ha mostrado al resolver los ítems.

El codificador recibió dos hojas, una donde aparecen las categorías y sus respectivos códigos de calificación, y otra donde debía marcar el código que más se aproximara a lo que muestra el estudiante en el proceso de resolución.

Los codificadores antes de tener contacto con las guías, resolvieron cada ítem, y con base en su experiencia escribieron lo que esperarían encontrar que hicieran los estudiantes, para generar un espacio de reflexión, clasificación y codificación del trabajo mostrado por los estudiantes al resolver los ítems de desarrollo.

### 3. ÍTEMS DE DESARROLLO DE PRIMER CICLO

La prueba de primer ciclo se construyó con veinticinco ítems de opción múltiple y dos ítems de desarrollo (ítem 26 e ítem 27)

#### A. Primer ítem de desarrollo. Ítem 26

##### Información sobre el ítem:

**Competencia:** Razonamiento lógico matemático.

**Bloque de contenido:** Aritmética

**¿Qué se evalúa?** Resolver ejercicios de sumas de tres números con totales hasta 9 999, cuyos sumandos sean de 2, 3 y 4 cifras.

26.	<p style="text-align: center;">Lucía sumó los siguientes números: <math>243 + 75 + 2500</math>.</p> <p style="text-align: center;">¿Qué resultado obtuvo?</p> <hr/> <p>Escribe aquí las operaciones que tienes que hacer para resolverlo.</p> <p style="text-align: right;">El resultado que obtuvo es: _____</p>
-----	---

Entre los **procedimientos correctos mostrados por parte de los estudiantes** para estos ítems están los siguientes:

#### Ejemplo 1:

Lucía sumó los siguientes números:  $243 + 75 + 2500$ .

¿Qué resultado obtuvo?

Escribe aquí las operaciones que tienes que hacer para resolverlo.

$$\begin{array}{r} 243 \\ 75 \\ +2500 \\ \hline 2818 \end{array}$$

El resultado que obtuvo es: 2818

En una librería, el precio de un libro y el de un lápiz son los siguientes:

**Ejemplo 2:**

sumó los siguientes números:  $243 + 75 + 2500$ .

¿Qué resultado obtuvo?

Escribe aquí las operaciones que tienes que hacer para resolverlo.

$$\begin{array}{r} 2500+ \\ 243+ \\ 75= \\ \hline 2818 \end{array}$$

El resultado que obtuvo es: 2818

**Ejemplo 3:**

Lucía sumó los siguientes números:  $243 + 75 + 2500$ .

¿Qué resultado obtuvo?

Escribe aquí las operaciones que tienes que hacer para resolverlo.

$$\begin{array}{r} \text{UM, C, D, U} \\ 0, 243 \\ 0, 075 \\ 2, 500 \\ \hline 2, 818 \end{array}$$

El resultado que obtuvo es: 2,818

En una librería, el precio de un libro y el de un lápiz son los siguientes:

También están **los procedimientos incorrectos**, los cuales aportan información que enriquece y orienta la toma de decisiones por parte de los docentes a la hora de elaborar sus cartas didácticas, sus clases y las guías de trabajo dentro y fuera del salón de clases para los estudiantes:

**Ejemplo 4:**

sumó los siguientes números:  $243 + 75 + 2500$ .

¿Qué resultado obtuvo?

Escribe aquí las operaciones que tienes que hacer para resolverlo.

$$\begin{array}{r} 243+ \\ 75 \\ 2500 \\ \hline 12430 \end{array}$$

El resultado que obtuvo es: 12,430

**Ejemplo 5:**

Lucía sumó los siguientes números:  $243 + 75 + 2500$ .

¿Qué resultado obtuvo?

Escribe aquí las operaciones que tienes que hacer para resolverlo.

$$\begin{array}{r} 243+ \\ 2575+ \\ \hline 31078 \end{array}$$

El resultado que obtuvo es: 3,178



## Instrumento para guiar el proceso de codificación

Para poder clasificar y rescatar la mayor cantidad de información del trabajo realizado por los estudiantes se trascendió del esquema tradicional de considerar dicotómicamente (correcto e incorrecto) a valorar el esfuerzo mostrado por los estudiantes, por lo que se define con tres grandes categorías: respuesta correcta, respuesta parcialmente correcta y respuesta incorrecta.

### ✓ Categoría respuesta correcta.

Los estudiantes son altamente creativos y realizan diferentes vías de solución que son correctas; por esta razón, la categoría **RESPUESTA CORRECTA** se subdividió en varias maneras esperadas y no esperadas de soluciones correctas, así:

#### GUÍA DE CODIFICACIÓN DE MATEMÁTICA PARA EL ÍTEM 26 DE TERCER GRADO. PRUEBA DE LOGROS 2012

<b>RESPUESTA CORRECTA</b>	<p><b>30</b> Realiza dos sumas, sin afectar el orden dado u ordenando de mayor a menor</p> <p>Ejemplo :</p> $\begin{array}{r} 243 \\ + 75 \\ \hline = 318 \end{array} \quad \begin{array}{r} 318 \\ + 2500 \\ \hline = 2818 \end{array} \quad \text{ó} \quad \begin{array}{r} 2500 \\ + 318 \\ \hline = 2818 \end{array}$
	<p><b>32</b> Realiza un solo cálculo ordenando del número mayor al número menor.</p> <p>Ejemplo :</p> $\begin{array}{r} 2500 \\ + 243 \\ + 75 \\ \hline = 2818 \end{array}$
	<p><b>34</b> Otros procedimientos válidos y con resultados correctos :</p> <p>suma los tres números ordenándolos de menor a mayor</p> <p>Suma los números de manera horizontal</p>
	<p><b>36</b> Respuesta correcta sin mostrar el procedimiento de resolución.</p> <p>Ejemplo: 2818 (sin procedimiento)</p>

Como puede observarse, dicha subdivisión tiene una breve descripción y un ejemplo gráfico para ubicar más rápidamente al docente que codificó, por ejemplo:

El código **32** se refiere a aquellos estudiantes que resuelven correctamente el ejercicio; pero que frente a la suma  $243 + 75 + 2500$ , su estrategia de solución es ordenar verticalmente los números del mayor al menor en una sola suma; es decir, realizan lo siguiente:

$$\begin{array}{r} 2500 \\ + 243 \\ + \underline{75} \\ = 2818 \end{array}$$

Y así, para cada una de las subdivisiones de la categoría respuesta correcta.

Algo muy importante de destacar es que el código **36** contabiliza a los estudiantes que sólo colocaron la respuesta correcta sin ningún procedimiento; sin embargo, se comprobó que en algunas secciones el desarrollo fue realizado en hojas aparte, por eso sólo colocaron la respuesta en el espacio reservado para ello.

✓ **Categoría respuesta parcialmente correcta.**

Siempre para el mismo ítem, se consideró crear una categoría **PARCIALMENTE CORRECTA**, la cual se subdividió y pretende recopilar elementos que dan indicios que los estudiantes tienen algún tipo de dominio de la tarea que se le propuso resolver:

<b>RESPUESTA PARCIALMENTE CORRECTA</b>	20A Brinda una respuesta incorrecta, pero los cálculos son correctos
	20B Modifica los números dados, pero los cálculos son correctos Ejemplo:
	$\begin{array}{r} 245 \\ + 75 \\ \hline = 320 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2500 \\ + 320 \\ \hline = 2820 \end{array} \quad \text{ó} \quad \begin{array}{r} 320 \\ + 2500 \\ \hline = 2820 \end{array}$
	22 Realiza dos sumas, solo una hizo correcta. Con o sin modificar los números dados. Ejemplo:
	$\begin{array}{r} 243 \\ + 75 \\ \hline = 318 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2500 \\ + 318 \\ \hline = 2820 \end{array} \quad \text{ó} \quad \begin{array}{r} 318 \\ + 2500 \\ \hline = 2808 \end{array}$
	24 Olvida llevar la centena o la aplica de forma incorrecta, o la suma de las decenas es incorrecta Ejemplos:
	$\begin{array}{r} 243 \\ + 75 \\ \hline = 218 \end{array} \quad \text{ó} \quad \begin{array}{r} 243 \\ + 75 \\ \hline = 3718 \end{array} \quad \text{ó} \quad \begin{array}{r} 243 \\ + 75 \\ \hline = 308 \end{array}$
	26 Realiza cálculos directos, pero corresponde llevar una centena Ejemplo :
	$\begin{array}{r} 243 \\ + 75 \\ \hline = 2118 \end{array} \quad \text{ó} \quad \begin{array}{r} 243 \\ + 75 \\ \hline = 27118 \end{array}$
	28A Suma de derecha a izquierda con o sin error en los cálculos, alinea números a la izquierda:
$\begin{array}{r} 243 \\ + 75 \\ + 2500 \\ \hline 12430 \text{ ó } 12480 \end{array}$	
28B suma de izquierda a derecha, sin errores en los cálculos, alinea los números a la izquierda o derecha	
28C Otras no categorizadas, con algún elemento necesario para sumar: alineación definida, cálculos correctos, sumar de derecha a izquierda, errores en los cálculos por separar los dígitos de los números dados, etc.	

Lo que la guía pretende es no perder información del trabajo mostrado por los estudiantes, obviamente algunos docentes consideran incorrectos muchos de los esfuerzos mostrados por los estudiantes en este apartado; sin embargo, el que un estudiante no haya llegado a la respuesta correcta no implica que carezca de conocimientos de lo evaluado. En muchos casos, el refuerzo que hay que realizar en algunos grupos es mínimo para llevarlos a otros niveles de comprensión de un algoritmo determinado.

Por ejemplo, el código **28A**, el grupo de estudiantes clasificados en esta subdivisión son aquellos que necesitan tener claro el orden posicional y que la alineación se realiza al lado derecho; es decir, al lado de las unidades:

$$\begin{array}{r} 243 \\ + 75 \\ + \underline{2500} \\ 12430 \end{array}$$

Conocer estos detalles permite que las guías de trabajo tengan un sentido pedagógico, y que gradualmente se superen las dificultades o vacíos que muestran los estudiantes.

✓ **Categoría respuesta incorrecta.**

En el apartado correspondiente a la categoría **RESPUESTA INCORRECTA**, se realizó la siguiente codificación:

<b>RESPUESTA INCORRECTA</b>	<b>10</b> Suma de izquierda a derecha, sin alinear a la izquierda ni a la derecha; cálculos incorrectos.
	$\begin{array}{r} 243 \\ + 75 \\ + \underline{2500} \\ 24903 \end{array}$
	<b>12</b> Mezcla otras operaciones aritméticas. Cálculos correctos o incorrectos
	Ejemplo 1: $243 - 75 = 168$ y luego $168 + 2500 = 2668$
	Ejemplo 2: $2500 - 243 = 2257$ y luego $2257 + 75 = 2332$
<b>14</b> Respuesta correcta con procedimiento evidentemente inconsistente.	
<b>16</b> Otras respuestas incorrectas con o sin procedimiento no categorizados, que evidencien ningún tipo de dominio.	
<b>18</b> Respuestas o expresiones que no tienen relación con la tarea propuesta.	

Con relación al código **10**, lo que expresa es que el estudiante no muestra indicios de que hay que realizar una alineación, no lo hace ni a la izquierda ni a la derecha; además, los cálculos que realiza son incorrectos.

### Instrumento para vaciar los códigos asignados por los codificadores

Para poder vaciar la decisión de los docentes que codificaron los procedimientos mostrados por los estudiantes en los ítems de respuesta abierta, se elaboró otro instrumento para que ellos sólo marcaran con una "X" aquel código que a su criterio y su experiencia se aproximara más a lo que había realizado el estudiante en los desarrollos de los ejercicios.

Estudiante	CÓDIGOS DE CALIFICACIÓN DEL ÍTEM 26																	
					20						28							
	30	32	34	36	A	B	22	24	26	A	B	C	10	12	14	16	18	NR
1																		
2																		
3																		
4																		

### RESULTADOS DEL ÍTEM 26 EN RELACIÓN CON LOS INSTRUMENTOS UTILIZADOS

	CÓDIGOS DE CALIFICACIÓN DEL ÍTEM 26																	
					20						28							
	30	32	34	36	A	B	22	24	26	A	B	C	10	12	14	16	18	NR
PORCENTAJE	2.91	8.14	36.63	3.78	0.29	0.87	0.58	3.78	2.03	1.74	0.58	7.56	2.33	0.00	1.74	17.73	2.03	7.27

### Análisis de los resultados de la categoría respuesta correcta

El porcentaje asociado al **código 30** indica que 2.91% de la muestra de estudiantes codificada, para calcular  $243 + 75 + 2500$  realizó dos sumas, una donde determinó el total de  $243+75$  y otra donde a este total le sumó 2500 o viceversa. Además, incluye a los estudiantes que realizan dos sumas, ordenando de mayor a menor o los opera sin modificar presentación dada, es decir,

$$\begin{array}{r}
 243 \\
 + \underline{75} \\
 = 318
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 318 \\
 + \underline{2500} \\
 = 2818
 \end{array}
 \quad
 \text{ó}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2500 \\
 + \underline{318} \\
 = 2818
 \end{array}$$

Los datos indican que un 8.14% de los estudiantes necesitaron ordenar los sumandos  $243 + 75 + 2500$  de mayor a menor para poder calcular el total solicitado; un elemento relevante de este grupo de estudiantes es que realiza una sola suma, y no dos sumas como por lo general están acostumbrados a hacerlo.

$$\begin{array}{r} 2500 \\ + 243 \\ + \underline{75} \\ = 2818 \end{array}$$

El **código 34**, tiene mucha relevancia porque en principio se esperaba que los estudiantes realizaran dos sumas por el hecho de que es poco lo que se trabaja con tres o más sumandos en este nivel, esto es un indicador que en realidad los estudiantes son muy creativos y en cada una de sus muestras de trabajo subyacen muchos conocimientos y sentido, que hay que saber interpretarlos y organizarlos para que el refuerzo que se realice sea efectivo.

Como los datos lo indican, en la categoría respuesta correcta y **código 30**: “otros procedimientos válidos y con resultados correctos” al 36.63% de los estudiantes evaluados fue categorizado con este código. El procedimiento identificado en esta categoría fue que los estudiantes realizaron una sola suma vertical, pero no ordenaron ni de mayor a menor ni de menor a mayor, sino que los colocaron de manera vertical y los sumaron en el mismo orden que le fueron presentados:

$$243 + 75 + 2500 \Rightarrow \begin{array}{r} 243 \\ + 75 \\ + \underline{2500} \\ = 2818 \end{array}$$

Nótese que colocar verticalmente 243 y 75 hasta cierto punto es relativa la dificultad, sin embargo, agregar un tercer sumando de cuatro dígitos es complejo, pero un significativo porcentaje de los estudiantes evaluados lograron hacerlo correctamente.

El **código 36** está referido a aquellos estudiantes que no muestran ningún tipo de cálculo; sin embargo, escriben la respuesta correcta, 2818.

Cuando los procesos son conocidos de principio a fin por quien explora de cerca lo escrito por los estudiantes, deja de lado el prejuicio de pensar que los estudiantes copiaron y por eso sólo colocaron la respuesta. La razón de este argumento tiene su base en la evidencia de campo, donde se pudo comprobar que en algunas secciones de estudiantes los ítems los desarrollaron en hojas aparte, es posible que por ello un 3.78% sólo coloca la respuesta correcta.

### **Síntesis de los resultados de la categoría respuesta correcta.**

- ✓ La mayoría de estudiantes que calcularon correctamente el total de los tres sumandos realiza una suma vertical, y no dos sumas.
- ✓ Más de la mitad de los estudiantes evaluados resuelven correctamente ejercicios de sumas de tres números con totales hasta 9 999, cuyos sumandos sean de 2, 3 y 4 cifras.
- ✓ Esto confirma por qué razón cuando a los estudiantes se les presentan dos sumandos de tres cifras de manera horizontal, en los ítems de opción múltiple, de la forma  $CDU + CDU = C0U$ , llevando dos veces, un 64 % de los estudiantes logra escribir dichos sumandos de forma vertical y encontrar el total correctamente.
- ✓ La segunda estrategia más utilizada por los estudiantes para sumar  $243 + 75 + 2500$  es ordenar los sumandos de mayor a menor, posiblemente esta necesidad de ordenar tenga sus incidencias cuando en la diferencia buscan el dígito mayor para restarle el menor, indiferentemente esté en minuendo o en el sustraendo.

El segundo ítem de desarrollo que se incluyó en la prueba de primer ciclo es el siguiente:

### B. Segundo ítem de desarrollo. Ítem 27.

#### Información sobre el ítem:

**Competencia:** Aplicación de la matemática al entorno.


**Bloque de contenido:** Aritmética

**Qué se evalúa:** Resuelve situaciones cotidianas que implican operaciones de suma y/o resta combinadas con la multiplicación.


27.

En una librería, el precio de un libro y el de un lápiz son los siguientes:

\$3



\$1



¿Cuánto se pagaría en total por la compra de 5 libros y 7 lápices?

---

Escribe aquí las operaciones que tienes que hacer para resolverlo.


El total a pagar es: \$ \_\_\_\_\_

Entre los **procedimientos correctos** mostrados por parte de los estudiantes están los siguientes:


#### Ejemplo 1:

En una librería, el precio de un libro y el de un lápiz son los siguientes:

\$3



\$1



¿Cuánto se pagaría en total por la compra de 5 libros y 7 lápices?

---

Escribe aquí las operaciones que tienes que hacer para resolverlo.

$$3 \times 5 = 15$$

$$7 \times 7 = 49$$


$$15 + 7 = 22$$

El total a pagar es: \$ 22


#### Ejemplo 2:

En una librería, el precio de un libro y el de un lápiz son los siguientes:

\$3



\$1



¿Cuánto se pagaría en total por la compra de 5 libros y 7 lápices?

---

Escribe aquí las operaciones que tienes que hacer para resolverlo.

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$$

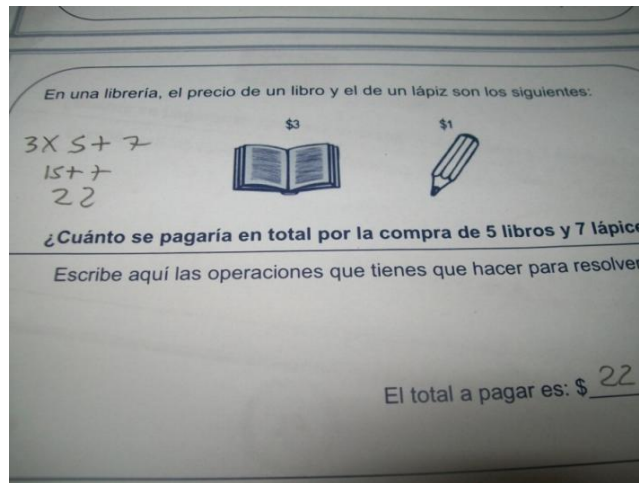
$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 49$$

$$15 + 7 = 22$$

El total a pagar es: \$ 22

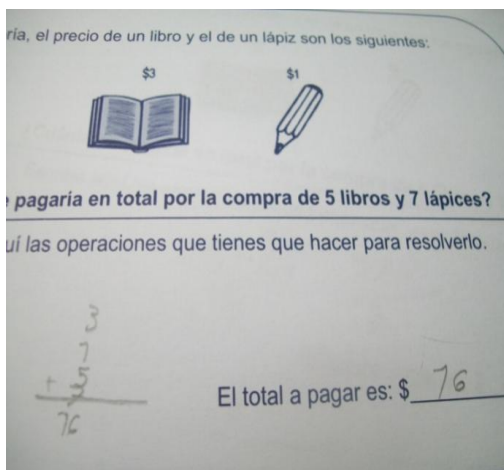


**Ejemplo 3:**

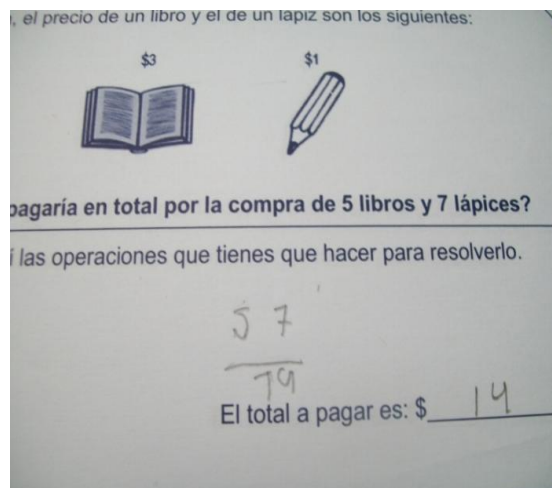


Entre los **procedimientos incorrectos** y que aportan información valiosa están los siguientes:

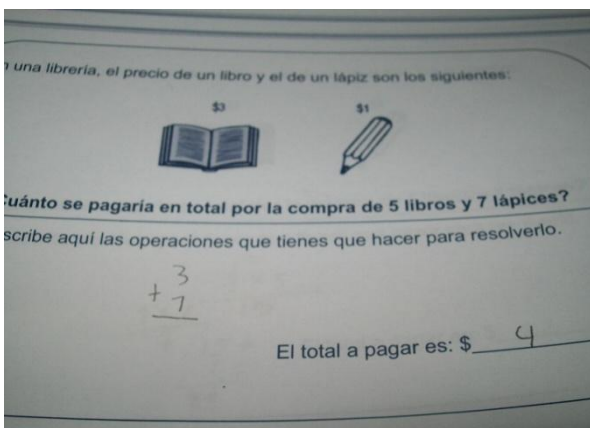
**Ejemplo 4:**



**Ejemplo 5:**



**Ejemplo 6:**



**Instrumento para guiar el proceso de codificación**

- ✓ **Categoría respuesta correcta.** Esta categoría se subdividió así:

GUÍA DE CODIFICACIÓN DE MATEMÁTICA PARA EL ÍTEM 27 DE TERCER GRADO. PRUEBA DE LOGROS 2012	
RESPUESTA CORRECTA	<p><b>31</b> Multiplica y suma (uno o dos de los cálculos puede no estar explícito).</p> <p>Ejemplo 1: <math>\\$3 \times 5 = \\$15</math> y <math>\\$1 \times 7 = \\$7</math>. Luego suma <math>\\$15 + \\$7 = \\$22</math></p> <p>Ejemplo 2 : <math>15 + 7</math> y escribe la respuesta correcta, dentro o fuera del espacio esperado</p>
	<p><b>33</b> Otras estrategias de solución, uso correcto de operadores.</p> <p>Ejemplo 1: coloca expresiones semejantes a: <math>3+3+3+3+1+1+1+1+1+1 = 22</math></p> <p>Ejemplo 2 : Escribe expresiones semejantes a:  "multipliqué y luego sumé el total de las multiplicaciones".  "multipliqué una vez me dio 15 y la otra vez 7, luego sumé y me dio 22"</p>
	<p><b>35</b> Productos correctos, planteamientos no corregidos o copiados incorrectamente</p> <p>Ejemplo : <math>3 \times 6 = 15</math> y <math>1 \times 7 = 7</math>, y su respuesta es <math>\\$22</math></p>
	<p><b>37</b> Confunde el símbolo "+" con "x".</p> <p>Ejemplo 1: coloca expresiones semejantes a <math>3 \times 3 \times 3 \times 3 = 15</math> y <math>1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 7</math></p> <p>Ejemplo 2: <math>15 \times 7 = 22</math></p> <p>Ejemplo 3: Muestra situaciones semejantes a: <math>5 \times 3 = 15 + 7 = 22</math> ó <math>35 \times 7 = 22</math></p>
	<p><b>39</b> Respuesta correcta sin mostrar el procedimiento de resolución.</p> <p>Ejemplo: Respuesta 22 (sin procedimiento)</p>

El código **31** expresa el procedimiento que a criterio del docente espera realicen los estudiantes, como lo muestran los ejemplos de referencia, se esperaba que los estudiantes determinaran primero los productos y luego la suma de los productos.

Algunos estudiantes, por las cantidades que se incluían en el enunciado, es posible que hayan omitido la multiplicación y solo muestren la suma de los productos.

El código **33** indica que en esta subdivisión se incluirán aquellos estudiantes que realizan otro procedimiento diferente al que se espera de un estudiante con dominio mínimo de este tipo de tareas. Por eso incluye a los estudiantes que todavía no comprenden que la multiplicación es la expresión reducida de una suma repetitiva, pero que sí tiene claro que el signo “+ (más)” tiene diferente función que el signo “x (por)”.

Además, incluye expresiones donde se evidencia claridad en lo que debe realizarse para resolver la situación, y coloca la respuesta correcta.

### ✓ **Categoría respuesta parcialmente correcta**

En cuanto a la categoría **PARCIALMENTE CORRECTA**, ésta se subdividió en once códigos; no se debe perder de vista que el objetivo es tener un instrumento que permita organizar la mayor cantidad de información que proporcionan los estudiantes con sus desarrollos. La subdivisión de la categoría parcialmente correcta es la siguiente:

<b>RESPUESTA PARCIALMENTE CORRECTA</b>	<b>21A</b> Procedimiento adecuado sin error en los cálculos, pero da una respuesta incorrecta. Ejemplo 1: $\$3 \times 5 = \$15$ y $\$1 \times 7 = \$7$ . Luego suma $\$15 + \$7 = \$25$
	<b>21B.</b> Procedimiento adecuado con error en los cálculos o algunos cálculos Ejemplo 1: $\$3 \times 5 = \$12$ y $\$1 \times 7 = \$7$ . Luego suma $\$12 + \$7 = \$19$
	<b>23A</b> Escribe 23 de respuesta, sin mostrar procedimiento
	<b>23B</b> Escribe 23 mostrando el cálculo: $15 + 7$ ó $7 + 15$
	<b>23C</b> Escribe 20 ó 30 de respuesta, sin mostrar procedimiento
	<b>23D</b> Escribe 20 ó 30 mostrando el cálculo: $15 + 7$ ó $7 + 15$
	<b>23E</b> Escribe 16 mostrando o no algún tipo de cálculo correcto: $9+7$
	<b>25A</b> Responde 15 y 7 o viceversa, mostrando o no sus cálculos.
	<b>25B</b> Responde 157, mostrando o no los cálculos
	<b>27</b> El estudiante resuelve correctamente partes de la situación, Ejemplo 1: $\$3 \times 5 = \$15$ Ejemplo 2: $\$7 \times 1 = \$7$
	<b>29</b> Otras respuestas con o sin procedimiento, que indique algún tipo de dominio de la situación a resolver que no esté categorizada.

Como puede observarse, el código **21B** recoge la información de los estudiantes que comprenden la situación que se plantea y definen un camino adecuado para resolverla, pero los cálculos son incorrectos o sólo algunos cálculos son correctos.

Con respecto al código **23A y 23B**, captura con qué frecuencia la respuesta de los estudiantes fue \$23 o 23, mostrando la suma  $15 + 7$  ó  $7 + 15$  ó sin mostrar procedimiento.

Se debe tener presente que la toma de decisiones a partir de los resultados que se obtengan dependerá del tipo de objetivo que haya motivado la exploración del trabajo que realizan los estudiantes, de la asociación de las subdivisiones y la profundidad con la cual se aborden los resultados.

Por ejemplo, si el objetivo es identificar las fortalezas y vacíos que un grupo de estudiantes tiene en referencia a un logro específico, entonces, se deben combinar o asociar los resultados de los códigos que respondan más a dicho objetivo. En cuanto a la profundidad del análisis, implica tomarse el tiempo y la responsabilidad para buscar experiencias o investigaciones que con grupos semejantes al que se ha evaluado hayan definido alguna estrategia para minimizar gradualmente las dificultades o vacíos.

#### ✓ Categoría respuesta incorrecta

En el apartado correspondiente a la categoría **RESPUESTA INCORRECTA**, se realizó la siguiente codificación del trabajo desarrollado por los estudiantes:

<b>RESPUESTA INCORRECTA</b>	11A Escribe 13, mostrando o no el siguiente procedimiento: $5 + 7$
	11B Escribe 12 mostrando o no el siguiente procedimiento: $5 + 7$
	11C Escribe 35, 4 ó solo coloca $5 \times 7$ como respuesta, mostrando o no procedimiento correcto
	13A Muestra el cálculo $35 + 71$ con o sin error en el cálculo (o cuando aparece el 'total' con o sin error en el 'procedimiento')
	13B Muestra el cálculo $31 + 57$ con o sin error en el total (o cuando aparece el total con o sin error en el procedimiento)
	15A Suma todos los números con o sin error en los cálculos. Ejemplo 1: $3+1+5+7=16$ Ejemplo 2: $3+1+5+7=15$
	15B Otras respuestas numéricas incorrectas no categorizadas.
	17 Respuestas o expresiones que no tienen relación con la tarea propuesta.
	19 Respuesta correcta con procedimiento evidentemente inconsistente.

Un elemento que se identificó como evidencia que algunos grupos de estudiantes no comprendieron la situación que se les planteaba y la función de los datos proporcionados fue que tendieron a sumarlos de diferentes maneras, por ejemplo,  $5 + 3 = 8$  y  $7 + 1 = 8$ , luego colocaban como respuesta 88, entre otras.

Entre los códigos **11A**, **11B** y **11C**, que son procedimientos incorrectos, brindan ideas sobre los caminos que el estudiante consideró para determinar el total a pagar por la compra de 5 libros a \$3 cada uno y 7 lápices a \$1 cada uno; unos suman la cantidad de libros y la cantidad de lápices a comprar; es decir,  $5 + 7$ ; otros suman los precios  $\$3 + \$1$ ; y otros que consideran que al calcular  $5 \times 7$  o mostrar dicho cálculo, resuelven la tarea propuesta.

**Instrumento para vaciar los códigos asignados por los codificadores**

Estudiante	CÓDIGOS DE CALIFICACIÓN DEL ÍTEM 27															
	30	32	34	36	38	40	42	20	22	24	26	10	12	14	16	NR
1																
2																
3																
4																
5																
6																
7																

**RESULTADOS DEL ÍTEM 27 EN RELACIÓN A LOS INSTRUMENTOS UTILIZADOS**

	CÓDIGOS DE CALIFICACIÓN DEL ÍTEM 27																									
						21		23					25		11			13		15		17	19	NR		
	31	33	35	37	39	A	B	A	B	C	D	E	A	B	27	29	A	B	C	A	B				A	B
PORCENTAJE	30.81	4.36	0.00	1.16	11.63	0.58	0.87	0.00	0.29	0.58	0.00	0.29	0.00	1.45	0.58	1.74	0.00	6.69	5.81	0.29	1.45	2.03	18.02	0.29	2.33	9.01

**Análisis de los resultados de la categoría respuesta correcta**

El **código 31** se refiere a aquellos estudiantes que comprendieron muy bien la situación que se les planteaba, multiplicaron y sumaron los productos, o efectuaron la suma de los productos; esta vía de solución es la que se esperaba que realizaran más frecuentemente los estudiantes; fue efectivamente el porcentaje más alto de las diferentes subdivisiones de la categoría respuesta correcta, 30.81%, como se muestra:

$\$3 \times 5 = \$15$  y  $\$1 \times 7 = \$7$ . Luego suman  $\$15 + \$7 = \$22$ . Ó  $15 + 7$  y escribe la respuesta correcta, dentro o fuera del espacio esperado.

El tipo de procedimiento que le sigue es el que se **codificó con 39**, el cual se refiere al grupo de estudiantes que colocaron la respuesta correcta, \$22 ó 22, pero sin mostrar procedimiento, alcanzó un porcentaje del 11.63%.

Hay un grupo de estudiantes (4.36%) que resolvió muy bien la situación planteada; pero utilizando otro tipo de solución diferente a las esperadas en relación con el dominio que se requiere tenga el estudiante al terminar el primer ciclo. Entre las estrategias de esta subdivisión utilizada con más frecuencia está la siguiente:

coloca expresiones semejantes a:  $3+3+3+3+3+1+1+1+1+1+1+1 = 22$

En menor medida utilizan las siguientes estrategias:

Escribe expresiones semejantes a:

"multipliqué y luego sumé el total de las multiplicaciones".

"multipliqué una vez me dio 15 y la otra vez 7, luego sumé y me dio 22"

Este tipo de vías de solución por parte de los estudiantes se codificó con el **código 33**.

Finalmente, esta categoría obtuvo en una subdivisión (**código 37**) un 1.16%; son aquellos estudiantes que confunden el símbolo "+" con el "x"; sin embargo, los cálculos son correctos,

- coloca expresiones semejantes a  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 15$  y  $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 7$
- $15 \times 7 = 22$
- Muestra situaciones semejantes a:  $5 \times 3 = 15 + 7 = 22$  ó  $35 \times 7 = 22$

### Síntesis de los resultados de la categoría respuesta correcta.

- ✓ Los trabajos de los estudiantes indican que alrededor de la mitad de los evaluados comprenden este tipo de situaciones, que son pocos los estudiantes que reflejan dificultad para comprender que la multiplicación es una forma abreviada de sumar.
- ✓ De la muestra codificada para el ítem 27, puede decirse que el 48% logra resolver situaciones cotidianas que implican operaciones de suma y/o resta combinadas con la multiplicación, este dato es consistente con la información obtenida por medio de los ítems de opción múltiple donde el 50% logró resolver con éxito situaciones semejantes.
- ✓ Además, estos resultados muy consistentes estarían indicando que entre las dificultades que los estudiantes evaluados reflejan con **el ítem de respuesta cerrada** y que está relacionado con el ítem de desarrollo, están las siguientes:
  - Se evidencia una comprensión parcial de este tipo de situaciones, por eso un 23% considera el cálculo del costo de una de las dos prendas como la solución de la tarea propuesta; esto indica que los niños comprenden parcialmente este tipo de situaciones. Es aquí donde surge la necesidad de diseñar, construir e implementar estrategias que permitan desarrollar ese potencial que evidencia el estudiante pero que sólo corresponde a la mitad de la solución esperada o solicitada.
  - Existe un 11% del total de evaluados que tienen la competencia requerida para resolver este tipo de casos, pero muestra dificultad para llevar una decena a la posición de las decenas de la suma de las unidades; es decir:
$$\begin{array}{r} 16 \\ + 45 \\ \hline = 51 \end{array}$$
  - Por otro lado, un 14% de estudiantes evidencia desconocer la función que cada dato tienen dentro de la situación que se le planteó, por esa razón eligió la opción que muestra la suma de los datos brindados en el enunciado.

#### 4. ÍTEMS DE DESARROLLO DE SEGUNDO CICLO

La prueba de segundo ciclo se construyó con treinta ítems de opción múltiple y dos ítems de desarrollo (ítem 31 e ítem 32)

##### A. Primer ítem de desarrollo. Ítem 31

###### Información sobre el ítem:

**Competencia:** Aplicación de la matemática al entorno

**Bloque de contenido:** Aritmética

**¿Qué se evalúa?** La aplicación de porcentajes aplicando proporciones o regla de tres a situaciones de su entorno.

31.	<p><b>Un libro tiene 140 páginas. Si quiero leer el 65% del libro, ¿cuántas páginas debo leer?</b></p> <hr/> <p>Escribe aquí las operaciones que tienes que hacer para resolverlo.</p>        <p style="text-align: right;">El número de páginas que debo leer son: _____</p>
-----	---

Entre los **procedimientos correctos mostrados por parte de los estudiantes** para estos ítems están los siguientes:

##### Ejemplo 1:

Un libro tiene 140 páginas. Si quiero leer el 65% del libro, ¿cuántas páginas debo leer?

Escribe aquí las operaciones que tienes que hacer para resolverlo.

$100\% \text{ --- } 140$   
 $65\% \text{ --- } x$

$$\begin{array}{r} 65 \times 140 \\ 100 \\ \hline 260 \\ 65 \\ \hline 9100 \end{array} \bigg| \begin{array}{r} 100 \\ 91 \end{array}$$

El número de páginas que debo leer son: 91

##### Ejemplo 2:

Un libro tiene 140 páginas. Si quiero leer el 65% del libro, ¿cuántas páginas debo leer?

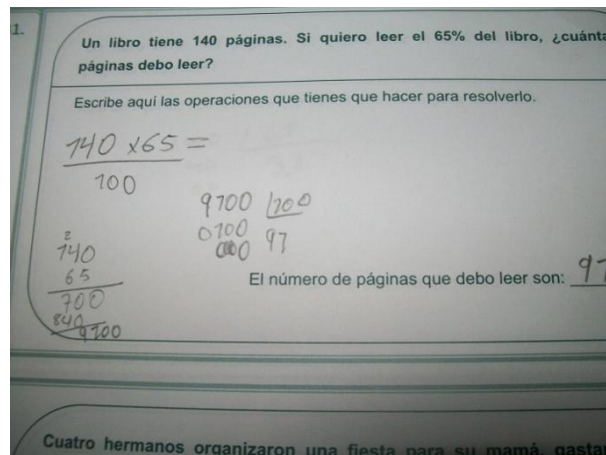
Escribe aquí las operaciones que tienes que hacer para resolverlo.

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \quad 11 \\ 0.65 \times 140 \\ 2600 \\ 650 \\ \hline 9100 \end{array}$$

El número de páginas que debo leer son: 91

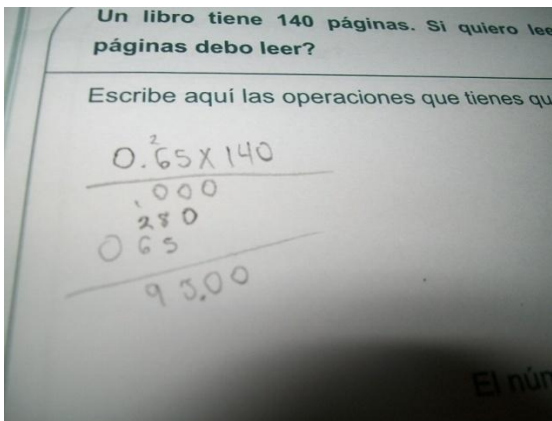


**Ejemplo 3:**

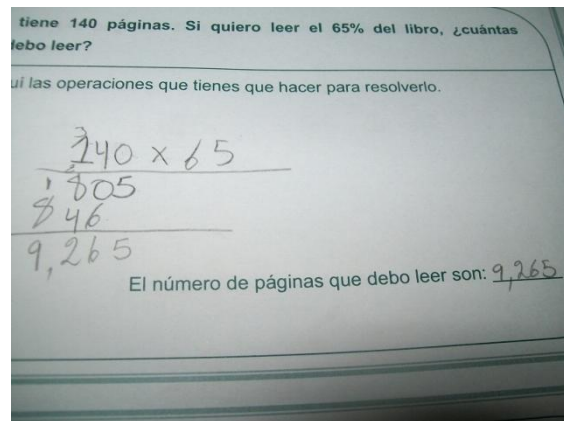


También están **los procedimientos incorrectos**, los cuales aportan información que enriquece y orienta la toma de decisiones por parte de los docentes a la hora de elaborar sus cartas didácticas, sus clases y las guías de trabajo dentro y fuera del salón de clases:

**Ejemplo 4:**



**Ejemplo 5:**



## Instrumento para guiar el proceso de codificación

Al igual que en el primer ciclo, se codificaron los procedimientos de los estudiantes en tres categorías: respuesta correcta, respuesta parcialmente correcta y respuesta incorrecta.

### ✓ **Categoría respuesta correcta.**

En la categoría **RESPUESTA CORRECTA** se subdividieron los procesos mostrados por los estudiantes de la siguiente manera:

#### GUÍA DE CODIFICACIÓN DE MATEMÁTICA PARA EL ÍTEM 31 DE SEXTO GRADO. PRUEBA DE LOGROS 2012

<b>RESPUESTA CORRECTA</b>	<p><b>30</b> Aplica una regla de tres. Ejemplo: planteamiento semajante a:</p> <p>Aplica una regla de tres  <math>140 \text{ ----- } 100 \%</math>  <math>x \text{ ----- } 65 \%</math></p> <p><math>x = 140 (65\%) / 100\% = 9100 / 100 = 91</math></p>
	<p><b>32</b> Multiplica los datos, luego divide entre 100.</p> <p>Ejemplo 1: <math>140 \times 65 = 9100</math> luego <math>9100 / 100 = 91</math></p>
	<p><b>34</b> Otras estrategias válidas y correcta Por ejemplo: <math>140 \times 0.65 = 91</math> o <math>091.00, 91.00, 91.0</math></p>
	<p><b>36</b> Respuesta correcta sin mostrar el procedimiento de resolución. Ejemplo: Respuesta 91 (sin procedimiento)</p>

Como puede observarse, dicha subdivisión tiene una breve descripción y un ejemplo gráfico para orientar al codificador para que tome una decisión, por ejemplo:

El código **30** se refiere a aquellos estudiantes que resuelven correctamente la aplicación pero que en su desarrollo plantean una regla de tres y luego realizan un producto y un cociente.

También hubo estudiantes que determinaron la solución de la situación planteada, pero no plantean una regla de tres, sino que calculan un producto y efectúan un cociente correctamente, a estos estudiantes se les clasificó con el código **32**.

Algunos de los estudiantes evaluados comprendieron que 65% puede ser reescrito como 0.65, por esa razón sólo calculan el producto de  $140 \times 0.65 = 91$ , a estos estudiantes se les asignó el código **34**.

Finalmente, se asignó el código **36** a los estudiantes que en el espacio correspondiente a la respuesta colocan 91, pero sin mostrar ningún procedimiento.

✓ **Categoría respuesta parcialmente correcta.**

Esta categoría recopila aquellos procesos en los que es mínimo el error cometido por parte del estudiante, hasta aquellos procedimientos que al menos presenta indicios de algún tipo de conocimiento relacionado con la tarea que se le propuso encontrarle solución.

<b>RESPUESTA PARCIALMENTE CORRECTA</b>	20A Todos los cálculos correctos, pero escribe una respuesta incorrecta.
	20B Únicamente la división entre 100 está incorrecta, ejemplo : $140 \times 65 = 9100$ luego $9100/100 = 90, 901$ , otros
	22 Encuentra el complemento de los solicitado, utilizando o no decimales. Ejemplo: $140 \times 0.35 = 49$ ó 4900
	24 Al menos presenta la idea de la regla de tres correctamente, aunque el desarrollo sea inconsistente o mezcle conocimientos: $140 \text{ -----} 100 \%$ $x \text{ -----} 65 \%$
	26A Realiza correctamente el cálculo de $140 \times 65 = 9100$
	26B Errores en la primera fila del producto de $140 \times 65$ , ejemplo: $140 \times 5 = 705$
	26C Errores en la segunda fila del producto de $140 \times 65$ , ejemplo: $140 \times 6 = 640$
	26D Errores de cálculo en las dos filas del producto de $140 \times 65$
	26E Error al sumar las dos filas del producto de $140 \times 65$ , cuando los productos son correctos Ejemplo: $140 \times 65 = 700 + 840 = 9100$
	26F Error en las dos filas y en la suma del producto de $140 \times 65$
	28 Otros errores no caracterizados, pero con algún elemento correctamente planteado y que tiene relación con la solución de la situación.

Los códigos **20A** y **20B** lo que recopilan son aquellos esfuerzos realizados por los estudiantes en el proceso de solución de las situaciones que se les plantearon, que muchas veces son invisibilizados debido a las limitantes de criterios para evaluar el proceso realizado por los estudiantes; por esa razón estos códigos contabilizan a los estudiantes que comprendieron y desarrollaron una estrategia apropiada a la situación; sin embargo, en el último cálculo se equivocó.

El primero todo está muy bien en los cálculos, pero cuando copia la respuesta en el espacio asignado lo copió incorrectamente; y el segundo, para el caso en el que la división  $9100/100$  la realizó incorrectamente.

Como se dijo anteriormente, este tipo de instrumento pretende extraer la riqueza de los esfuerzos mostrados por los estudiantes a la hora de resolver las tareas que se le propusieron, por esa razón, también se contabilizaron aquellos estudiantes que mostraron en su procedimiento la idea de resolver la situación utilizando una regla de tres; se codificó con el número 24.

#### ✓ **Categoría respuesta incorrecta**

En el apartado correspondiente a la categoría **RESPUESTA INCORRECTA**, se realizó la siguiente codificación:

<b>RESPUESTA INCORRECTA</b>	<b>10A</b> Divide correctamente el número de páginas del libro entre el porcentaje. Ejemplo : $140/65 = 2.1, 2.15, etc.$
	<b>10B</b> Divide incorrectamente $140/65$
	<b>12A</b> Suma correctamente el total de páginas del libro con el porcentaje de páginas leídas:Ejemplo : $140 + 65 = 205.$
	<b>12B</b> Suma incorrectamente el total de páginas del libro con el porcentaje de páginas leídas:Ejemplo : $140 + 65 = 105.$
	<b>14</b> Otras respuestas numéricas incorrectas no categorizadas.
	<b>16</b> Respuestas o expresiones que no tienen relación con la tarea propuesta.
	<b>18</b> Respuesta correcta con procedimiento evidentemente inconsistente.

En relación con los códigos **10A y 10B**, evidentemente son procedimientos incorrectos, pero que brindan, por una lado, una cierta idea del nivel de comprensión de los estudiantes de la situación al dividir o pretender dividir el número de páginas del libro entre el porcentaje dado; y por otro, la diferenciación entre los que realizan correctamente o incorrectamente la división inexacta.

### Instrumento para vaciar los códigos asignados por los codificadores

Para poder vaciar la decisión de los codificadores sobre los procedimientos mostrados por los estudiantes en los ítems de respuesta abierta del segundo ciclo, se elaboró otro instrumento para que ellos sólo marcaran con una "X" aquel código que a su criterio y su experiencia se aproximara más a lo que había realizado el estudiante en los desarrollos de los ejercicios.

Estudiante	CÓDIGOS DE CALIFICACIÓN DEL ÍTEM 31																									
	30	32	34	36	38	20		22	24	26						28	10		12		14	16	18	NR		
						A	B			A	B	C	D	E	F		A	B	A	B						
1																										
2																										
3																										
4																										
5																										
6																										
7																										
8																										
9																										
10																										

### RESULTADOS DEL ÍTEM 31 EN RELACIÓN CON LOS INSTRUMENTOS UTILIZADOS

	CÓDIGOS DE CALIFICACIÓN DEL ÍTEM 31																						
	30	32	34	36	20		22	24	26						28	10		12		14	16	18	NR
					A	B			A	B	C	D	E	F		A	B	A	B				
PORCENTAJE	5.46	7.65	5.19	1.91	1.37	2.46	0.27	3.28	1.09	0.55	1.37	2.19	1.64	0.27	6.01	0.82	6.56	1.37	1.09	38.80	4.37	1.64	4.64

### **Análisis de los resultados de la categoría RESPUESTA CORRECTA**

Los resultados indican que el 7.5% de los estudiantes de la muestra clasificada con el código **32** resolvieron la situación que se les planteó efectuando directamente el producto de  $140 \times 65$  y este producto lo dividió entre 100.

También, que el 5.46 % de la muestra codificada procedió a resolver la situación según el procedimiento esperado; es decir, plantear una regla de tres y luego efectuar los cálculos, producto y cociente. Un 5.19% comprendió que 65% puede expresarse como 0.65, y luego efectuó  $140 \times 0.65 = 91.00$ , el primer grupo de estudiantes fue identificado con el código **30** y el segundo con **34**.

Para este ítem solo un 1.91% de los estudiantes escribieron la respuesta correcta; es decir, 91. omitieron el proceso realizado para determinar dicho valor. Estas respuestas fueron identificadas con el código **36**.

### **Síntesis de los resultados de la categoría RESPUESTA CORRECTA.**

- ✓ La mayoría de los estudiantes que resolvieron correctamente la situación lo hicieron sin aplicar una regla de tres; además comprenden que tener 65% implicaba que el producto de  $140 \times 65\%$  es un porcentaje; por lo tanto, era necesario efectuar una división entre 100 para cancelar "%".
- ✓ Alrededor de la mitad de los estudiantes que determinaron la solución de la situación planteada utiliza más sus conocimientos de grados anteriores que la organización de los datos por medio de la regla de tres.
- ✓ Para este ítem se podría concluir que solo el 20.22% logró comprender, analizar, organizar, plantear y resolver correctamente la tarea propuesta; sin embargo, si se valora que algunos estudiantes pudieron equivocarse al trasladar la respuesta o al dividir  $9100/$ , o comprendieron que le pedían el complemento ( $140 - 91 = 49$ ), pero que lo más complejo de la actividad propuesta lo realizaron, entonces este porcentaje se incrementaría a un 24.32.

El segundo ítem de desarrollo que se incluyó en la prueba de logros 2012 para el segundo ciclo es el siguiente:

### B. Segundo ítem de desarrollo. Ítem 32.

#### Información sobre el ítem:

**Competencia:** Aplicación de la matemática al entorno.

**Bloque de contenido:** Aritmética

**Qué se evalúa:** resuelve situaciones cotidianas que requieren la división de cantidades de tres y un dígito, con cociente exacto.

32.

Cuatro hermanos organizaron una fiesta para su mamá, gastaron un total de \$772.

Si entre todos acuerdan pagar la misma cantidad, ¿cuánto dinero le corresponde pagar a cada uno?

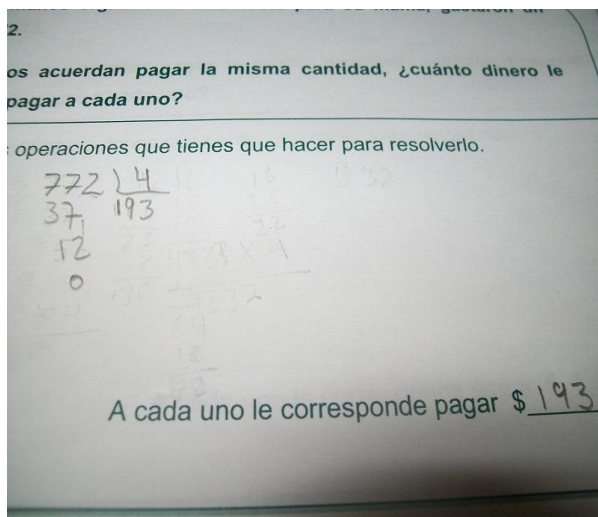
---

Escribe aquí las operaciones que tienes que hacer para resolverlo.

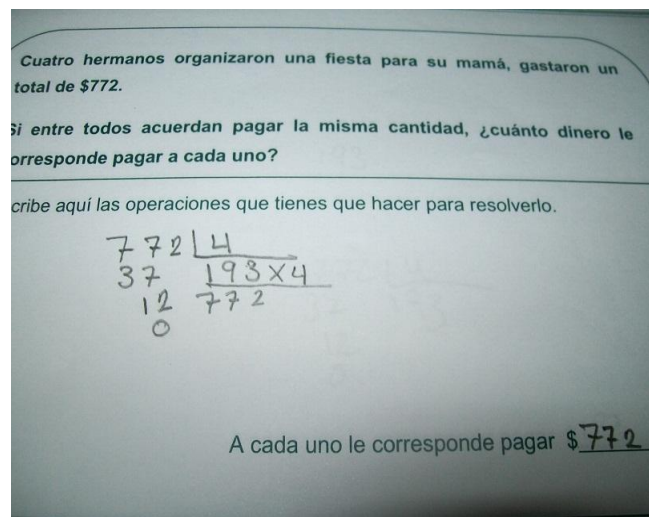
A cada uno le corresponde pagar \$ \_\_\_\_\_

Entre los **procedimientos correctos** mostrados por parte de los estudiantes están los siguientes:

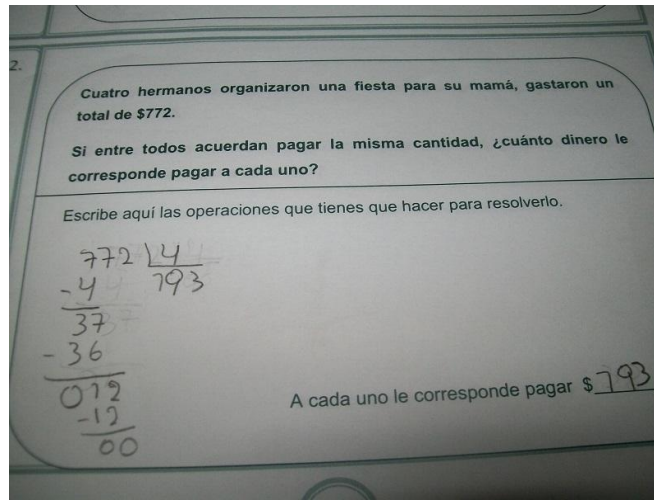
#### Ejemplo 1:



#### Ejemplo 2:

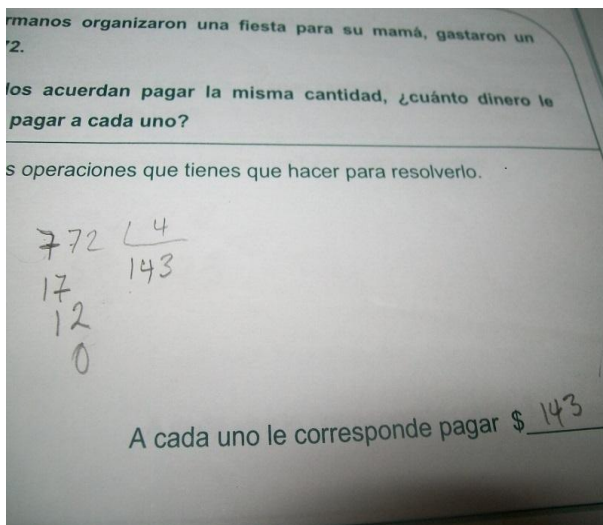


**Ejemplo 3:**

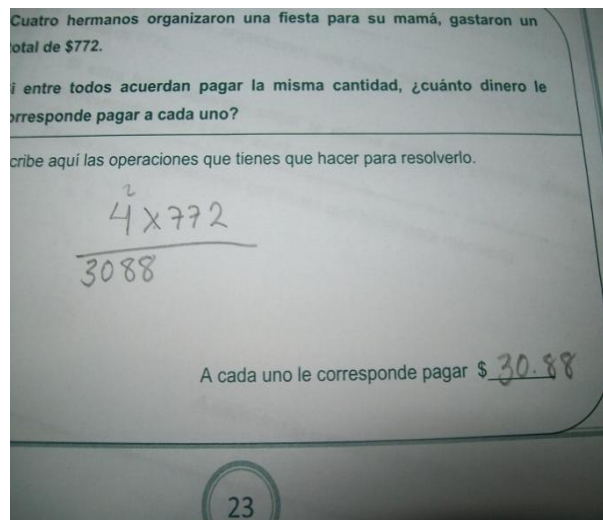


Entre los **procedimientos incorrectos** y que aportan información valiosa están los siguientes:

**Ejemplo 4:**



**Ejemplo 5:**





## Instrumento para guiar el proceso de codificación

- ✓ **Categoría respuesta correcta. Esta categoría se subdividió así:**

GUÍA DE CODIFICACIÓN DE MATEMÁTICA PARA EL ÍTEM 32 DE SEXTO GRADO. PRUEBA DE LOGROS 2012	
<b>RESPUESTA CORRECTA</b>	31 División vertical, cálculo de residuos colocados directamente Ejemplo 1: $772/4 = 193$
	33 División vertical, cálculo de residuos por restas sucesivas Ejemplo 1: $772/4 = 193$
	35 Representa la división como una fracción, luego simplifica. Ejemplo 1: $772/4 = 193$
	37 Otras estrategias válidas Plantea la división pero solo coloca el cociente de 193 y el residuo cero
	39 Respuesta correcta sin mostrar el procedimiento de resolución. Ejemplo: Respuesta 193 (sin procedimiento)

El código **31** expresa el procedimiento que a criterio del codificador espera realicen los estudiantes, como lo muestran los ejemplos de referencia, se esperaba que los estudiantes identificaran que debían realizar el cociente  $772/4$ .

El código **33** contabilizó a los estudiantes que realizan procedimiento según lo muestra el **ejemplo 3** dado anteriormente. El código **37** se refleja de la siguiente manera:

Cuatro hermanos organizaron una fiesta para su mamá, gastaron un total de \$772.

Si entre todos acuerdan pagar la misma cantidad, ¿cuánto dinero le corresponde pagar a cada uno?

Escribe aquí las operaciones que tienes que hacer para resolverlo.

$$\begin{array}{r} 772 \overline{) 4} \\ 80 \quad 193 \end{array}$$

en total lo que pagaron cada uno son =  $\frac{193}{4}$  dolares.

A cada uno le corresponde pagar \$ 193

✓ **Categoría respuesta parcialmente correcta**

En cuanto a la categoría **PARCIALMENTE CORRECTA**, esta se subdividió en siete códigos:

<b>RESPUESTA PARCIALMENTE CORRECTA</b>	<b>21</b> Plantea y desarrolla correctamente la división; pero responde incorrectamente. Ejemplo: $772/4 = 193$ , pero responde 190
	<b>23</b> Muestra la división vertical correctamente, pero el cociente que obtiene es 93. Olvidó colocar el 1
	<b>25A</b> Obtiene un cociente alrededor de 193 con residuo Ejemplo: residuo 2, cociente 195
	<b>25B</b> Obtiene un cociente con decimales cercano a 193 Ejemplo: 193.25, 195.4
	<b>27A</b> Realiza una división entre 4 por tanteo: $150+150+150+150 = 600$ , sin error en la suma, pero obtiene un total distinto al proporcionado como gasto total en la situación planteada.
	<b>27B</b> Realiza la división entre 4 por tanteo, pero comete errores en la suma de las cantidades estimadas.
	<b>29</b> Otros procedimientos no categorizados pero que presentan elementos básicos para poder resolver la situación planteada

Se debe prestar mucha atención a códigos como el **25A**, porque aportan mucha información y puede orientar mejor para modificar algunas afirmaciones que no valoran el esfuerzo que realiza el estudiante; por ejemplo, este grupo muestra que comprende la situación planteada y elige correctamente la estrategia que le permitirá resolverla; sin embargo, muchas veces esta evidencia queda opacada por no obtener el valor esperado, cuando su nivel de comprensión, análisis y evaluación ya lo demostró con el esfuerzo plasmado en su desarrollo.

### ✓ **Categoría respuesta incorrecta**

En el apartado correspondiente a la categoría **RESPUESTA INCORRECTA**, se realizó la siguiente codificación del trabajo desarrollado por los estudiantes:

<b>RESPUESTA INCORRECTA</b>	<b>11</b> Realiza aparente división entre 4, por eso realiza $772 + 772 + 772 + 772$ , con o sin error en la suma.
	<b>13A</b> Suma los datos en lugar de dividir, sin error en los cálculos. Ejemplo: $772 + 4 = 776$
	<b>13B</b> Multiplica los datos en lugar de dividir, sin error en los cálculos. Ejemplo: $772 \times 4 = 3088$
	<b>15</b> Otras respuestas numéricas incorrectas no categorizadas.
	<b>17</b> Respuestas o expresiones que no tienen relación con la tarea propuesta.
	<b>19</b> Respuesta correcta con procedimiento evidentemente inconsistente.

Los códigos **13A** y **13B** contabilizan a aquellos estudiantes que interpretaron que al sumar o multiplicar los datos proporcionados permite determinar la cantidad de dinero que le corresponde a cada uno de los hijos que invitaron a comer a la mamá, que menciona el ítem.

El código **15** recopila aquellos procedimientos incorrectos que no están categorizados en la guía de codificación, por ejemplo, estudiantes que muestran respuestas o procedimientos como los siguientes:

- ✓ 80
- ✓ 19
- ✓  $143 + 143 + 143 + 143$  con o sin error en los cálculos.
- ✓ 90
- ✓ 20°
- ✓  $77 + 2$ , con o sin error en los cálculos o en el orden posicional.
- ✓  $772 + 170 = 813$
- ✓  $772 - 4 = 772$
- ✓ 165
- ✓ 178
- ✓ 123
- ✓ 62%
- ✓ 140

### Instrumento para vaciar los códigos asignados por los codificadores

Estudiante	CÓDIGOS DE CALIFICACIÓN DEL ÍTEM 32																	
	31	33	35	37	39	21	23	23A	25	27	29	11	13	15	17	19	NR	
1																		
2																		
3																		
4																		
5																		
6																		
7																		

### Resultados del ítem 32 en relación con los instrumentos utilizados

	CÓDIGOS DE CALIFICACIÓN DEL ÍTEM 32																			
									25		27				13					
	31	33	35	37	39	21	23		A	B	A	B	29	11	A	B	15	17	19	NR
PORCENTAJE	29.92	3.88	0	4.16	1.39	1.66	0	1.39	0.28	0.55	0	12.47	2.49	1.11	3.05	26.32	2.49	1.94	6.93	

### Análisis de los resultados de la categoría RESPUESTA CORRECTA

Cuando un anciano habla, el joven humilde escucha; escucha porque sabe que aquel que habla ha recopilado en su vida elementos valiosos, y que a su edad, solo tiene el interés de comunicar lo que está allí en la realidad, pero que los afanes diarios no le permiten visualizar. Así son los resultados de las evaluaciones, quieren comunicar cosas para la práctica diaria, pero, se debe poseer la disposición para escucharlas.

El código **31** refleja que un 29.92 % de los estudiantes logra resolver situaciones cotidianas que requieren la división de cantidades de tres y un dígito, con cociente exacto; además, el cálculo de los residuos lo hacen mentalmente.

Pero hay un grupo de estudiantes, el 3.88 %, codificado con el código **33** que identifica que la situación requiere realizar un cociente, pero utiliza una estrategia distinta a la esperada.

El código **37** recopila aquellos planteamientos realizados por los estudiantes pero no se observa un desarrollo vertical de la división, donde aparezcan los residuos, pero el cociente está correcto y el residuo final es cero. Ver ejemplo 3 ya mencionado anteriormente.

El código **39** fue asignado a los ítems trabajados por los estudiantes, que sólo colocan el valor 193, sin mostrar desarrollo ni planteamiento.

### Síntesis de los resultados de la categoría RESPUESTA CORRECTA.

- ✓ El ítem 32, estrictamente fue resuelto correctamente por el 39.34% de la muestra de estudiantes codificada; pero si se valora que al trasladar la respuesta se equivocaron y, a aquellos que lograron comprender la situación y realizaron la división, pero sus respuesta oscilaron entre 190 y 195.4, entonces este porcentaje aumenta a 42.66%.
- ✓ Alrededor del 30% de los estudiantes que resolvieron correctamente la situación, calculan los residuos de manera mental; es decir, realizan:

$$\begin{array}{r} 772 \overline{)4} \\ 37 \quad 193 \\ 12 \\ 0 \end{array}$$

- ✓ Alrededor de un 4% no realizan el cálculo de los residuos de manera mental, sino que necesitan el apoyo de las restas sucesivas para poder determinar cuánto dinero le corresponde pagar a cada uno, así:

$$\begin{array}{r} 772 \overline{)4} \\ -4 \quad 193 \\ \hline 37 \\ -36 \\ \hline 12 \\ -12 \\ \hline 00 \end{array}$$

- ✓ Otras situaciones que se observaron fue la tendencia de los estudiantes a estimar cuánto le correspondía a cada uno, pero por tanteo; pero en general no obtuvieron el valor exacto, es decir:

143	220	22.50
143	230	22.50
143	210	22.50
143	220	11.50

Surge una serie de preguntas: ¿por qué no hizo la división si él está repartiendo?, ¿puede dividir pero no identifica que dividiendo resuelve la situación?, ¿comprende la situación pero no sabe dividir?

La evidencia dice que inclusive los que resolvieron correctamente la situación comprobaron sumando cuatro veces el cociente o multiplicando por 4 el cociente.

Cuatro hermanos organizaron una fiesta para su mamá, gastaron un total de \$772.

Si entre todos acuerdan pagar la misma cantidad, ¿cuánto dinero le corresponde pagar a cada uno?

Escribe aquí las operaciones que tienes que hacer para resolverlo.

3.		2154	2155	910	130	3192
184	2172	154	155	110	130	192
134	172	154	155	110	130	192
134	172	154	155	110	130	192
134	172	616	620	440	520	192
736	688					

A cada uno le corresponde pagar \$ 193

## 5. ÍTEMS DE DESARROLLO DE TERCER CICLO.

La prueba de tercer ciclo se construyó con 35 ítems de opción múltiple y dos ítems de desarrollo (ítem 36 e ítem 37).

### A. Primer ítem de desarrollo, ítem 36

#### Información sobre el ítem

**Competencia:** Razonamiento lógico matemático

**Bloque de contenido:** Números y operaciones.

**¿Qué evalúa?** El ejercicio indaga sobre el conocimiento que tienen los estudiantes sobre: la comparación de fracciones, la suma de fracciones heterogéneas y la conversión de una fracción en otra expresión equivalente.

Juan es un estudiante de tercer ciclo que distribuye las 24 horas del día sábado de la siguiente manera:

Actividad	Fracción del día
Alimentarse	$\frac{2}{24}$
Descansar y divertirse	$\frac{1}{6}$
Estudiar	$\frac{1}{4}$
Aseo personal	$\frac{1}{24}$
Dormir	$\frac{1}{3}$
Trabajo en casa	$\frac{1}{8}$

Responde las siguientes preguntas y escribe las operaciones que realizaste, cuando sea necesario.

- 1) ¿A qué actividad dedica más tiempo? \_\_\_\_\_
- 2) ¿Qué fracción de tiempo suman las actividades dormir y estudiar? \_\_\_\_\_
- 3) ¿Cuántas horas emplea para descansar y divertirse? \_\_\_\_\_

**A continuación se muestran algunos muestras de trabajos realizados por los estudiantes de manera correcta:**

### Ejemplo 1

36. Juan es un estudiante de tercer ciclo que distribuye las 24 horas del día sábado de la siguiente manera:

Actividad	Fración del día
Alimentarse	$\frac{2}{24}$
Descansar y divertirse	$\frac{1}{6}$
Estudiar	$\frac{1}{4}$
Aseo personal	$\frac{1}{24}$
Dormir	$\frac{1}{3}$
Trabajo en casa	$\frac{1}{8}$

Responde las siguientes preguntas y escribe las operaciones que realizaste, cuando sea necesario.

¿A qué actividad dedica más tiempo? a dormir

¿Qué fracción de tiempo suman las actividades dormir y estudiar?  $\frac{2}{3}$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$$

¿Cuántas horas emplea para descansar y divertirse? cuatro horas.

$$\frac{1}{6} \times 24 = 4$$

En este caso el estudiante tiene claridad que al comparar fracciones con igual denominador, es mayor aquella que tiene menor denominador. Además implementa el algoritmo para sumar fracciones heterogéneas; encuentra el mínimo común múltiplo de los denominadores y luego va dividiendo el mcm entre el denominador de cada sumando y lo multiplica por el numerador. Para resolver la tercera situación encuentra la sexta parte de las 24 horas del día y determina que utiliza 4 horas para descansar y divertirse.



## Ejemplo 2

36. Juan es un estudiante de tercer ciclo que distribuye las 24 horas del día sábado de la siguiente manera:

Actividad	Fración del día	
Alimentarse	$\frac{2}{24}$	= 2
Descansar y divertirse	$\frac{1}{6}$	= 4
Estudiar	$\frac{1}{4}$	= 6
Aseo personal	$\frac{1}{24}$	= 1
Dormir	$\frac{1}{3}$	= 8
Trabajo en casa	$\frac{1}{8}$	= 3

Responde las siguientes preguntas y escribe las operaciones que realizaste, cuando sea necesario.

¿A qué actividad dedica más tiempo? Dormir

¿Qué fracción de tiempo suman las actividades dormir y estudiar?  $\frac{7}{12} = 14 \text{ h}$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$$

¿Cuántas horas emplea para descansar y divertirse? 4 horas

$$\frac{1}{6} = 24 \quad \frac{1}{6} (24) = 4$$

En este caso el estudiante convierte cada fracción del día en horas y se da cuenta que la actividad de dormir es la que ocupa mayor tiempo. Para el segundo apartado realiza la suma siguiendo el algoritmo tradicional pero expresa que eso representa 14 horas. Mientras que al tercer apartado le da respuesta a partir de la representación de cada actividad en términos de horas.

## Algunos procedimientos incorrectos se muestran a continuación:

### Ejemplo 3

36. Juan es un estudiante de tercer ciclo que distribuye las 24 horas del día sábado de la siguiente manera:

Actividad	Fracción del día
Alimentarse	$\frac{2}{24}$
Descansar y divertirse	$\frac{1}{6}$
Estudiar	$\frac{1}{4}$
Aseo personal	$\frac{1}{24}$
Dormir	$\frac{1}{3}$
Trabajo en casa	$\frac{1}{8}$

Responde las siguientes preguntas y escribe las operaciones que realizaste, cuando sea necesario.

¿A qué actividad dedica más tiempo? Alimentarse

¿Qué fracción de tiempo suman las actividades dormir y estudiar?  $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{2}{7}$

¿Cuántas horas emplea para descansar y divertirse? 6 horas

Este estudiante refleja un completo desconocimiento del trabajo con números fraccionarios, asume que en una fracción entre mayor sea el denominador más grande es el valor relativo de la fracción, lo cual demuestra que desconoce el significado tanto de numerador como denominador.

Para el segundo apartado suma denominadores y numeradores respectivamente, como si estuviera tratando con números naturales, lo cual evidencia el desconocimiento o falta de comprensión del algoritmo de la suma de fracciones heterogéneas. Mientras que para el tercer apartado, al desconocer el significado de numerador y denominador, considera que el 6 del denominador representan las horas que tiene el día.

## Ejemplo 4

36. Juan es un estudiante de tercer ciclo que distribuye las 24 horas del día sábado de la siguiente manera:

Actividad	Facción del día
Alimentarse	$\frac{2}{24}$
Descansar y divertirse	$\frac{1}{6}$
Estudiar	$\frac{1}{4}$
Aseo personal	$\frac{1}{24}$
Dormir	$\frac{1}{3}$
Trabajo en casa	$\frac{1}{8}$

Responde las siguientes preguntas y escribe las operaciones que realizaste, cuando sea necesario.

¿A qué actividad dedica más tiempo? a alimentarse con  $\frac{2}{24}$

¿Qué fracción de tiempo suman las actividades dormir y estudiar?  $\frac{1}{7}$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1}{7}$$

¿Cuántas horas emplea para descansar y divertirse?  $\frac{1}{6}$

En este caso el estudiante confunde el procedimiento en el segundo apartado con lo que el recuerda que se hacía con las fracciones homogéneas, que se colocaba el mismo denominador y se sumaban los numeradores, sólo que en este caso coloca el mismo numerador y suma los denominadores.

## Instrumento para guiar el proceso de codificación

Para poder clasificar y rescatar la mayor cantidad de información del trabajo realizado por los estudiantes se consideró distintos procesos para los que los estudiantes pudieron llegar a la respuesta correcta en cada uno de los apartados.

GUÍA DE CODIFICACIÓN DE MATEMÁTICA PARA EL ÍTEM 36 DE NOVENO GRADO. PRUEBA DE LOGROS 2012	
primera parte	
RESPUESTA CORRECTA	21 coloca la categoría DORMIR
	22 coloca categoría DORMIR y el valor $1/3$
	23 COLOCA el valor $1/3$
	24 RESPUESTA QUE SE RELACIONE CON DORMIR NO CONSIDERADA ANTERIORMENTE (DESCRIBIR Y ANOTAR FRECUENCIA). Ejemplo 1. 8 horas Ejemplo 2. 0.33
segunda parte	
RESPUESTA CORRECTA	21 coloca $7/12$ mostrando procedimiento $1/3+1/4=(4+3)/12=7/12$
	22 coloca $14/24$
	23 COLOCA el valor $7/12$ sin mostrar procedimiento
	24 otra respuesta que se obtenga de convertir a decimal $7/12$ o convertirlo a horas del día (DESCRIBIR Y ANOTAR FRECUENCIA). Ejemplo 1. 0.58 ó 0.583 Ejemplo 2. 14
tercera parte	
RESPUESTA CORRECTA	21 coloca 4 ó 4 horas mostrando conversión $1/6 \text{ día} * 24 \text{ horas/día} = 4 \text{ horas}$
	22 coloca 4 ó 4 horas mostrando procedimiento de regla de tres 1 día ----- 24 horas $1/6 \text{ día} ----- x \text{ horas}$
	23 coloca 4 ó 4 horas sin procedimiento
	24 respuesta de 4 mediante un procedimiento distinto al mencionado en 21 o 22 (DESCRIBIR Y ANOTAR FRECUENCIA).

## Categoría respuesta correcta

Para cada uno de los literales del ejercicio se consideró más de un procedimiento para obtener la respuesta correcta, para el caso el código 21 del literal "a" del ejercicio es para los que colocaron la palabra dormir; el código 23, se le asigna a los estudiantes que tienen claro qué actividad es a la que le dedican más tiempo, solo que expresan la fracción del día que le dedican a dicha actividad.

Caso semejante ocurre con el literal “b” en el que el código 21 se asigna para los estudiantes que para sumar fracciones heterogéneas, lo hacen mediante la transformación de cada fracción en otra equivalente con un denominador que sea el mínimo común múltiplo de los denominadores, pero también se considera correcta la respuesta de los estudiantes que no simplifican la respuesta final tales como  $14/24$  ó  $28/48$ , todas estas respuestas son equivalentes con  $7/12$ . Incluso se consideró como respuesta correcta la del valor de  $7/12$  sin procedimientos, porque es habitual entre los estudiantes tener una hoja adicional para hacer el procedimiento o hasta el escritorio del pupitre, sin poder contabilizar, por supuesto, a los que copian la respuesta sin poder dejar el proceso adecuado.

### **Categoría respuesta incorrecta**

Entre los procedimientos incorrectos es interesante que el docente perciba que no todos los estudiantes tienen la misma falencia que los haga no poder obtener la respuesta adecuada, para el caso en el procedimiento incorrecto del literal “b” se tienen los estudiantes que para sumar fracciones heterogéneas, suman numeradores y denominadores respectivamente, otros que colocan el mismo numerador y suman denominadores, otros que hacen unas multiplicaciones para obtener el numerador y otras multiplicaciones para obtener el denominador. Como se mencionó anteriormente, lo importante no es el puntaje asignado al trabajo, sino el aporte que se obtiene para los docentes que permita controlar que aspectos se pueden enfatizar en la preparación de clases posteriores al evento.

GUÍA DE CODIFICACIÓN DE MATEMÁTICA PARA EL ÍTEM 36 DE NOVENO GRADO. PRUEBA DE LOGROS 2012	
primera parte	
RESPUESTA INCORRECTA	12 coloca la categoría alimentarse 13 coloca cualquier otra categoría distinta de alimentarse o dormir 14 coloca cualquier valor distinto de $1/3$
RESPUESTA OMITIDA	NR
segunda parte	
RESPUESTA INCORRECTA	11 coloca $2/7$ con o sin procedimiento (suma numeradores y denominadores) 12 coloca cualquier fracción relacionada con las categorías dormir o estudiar Ejemplo sólomente coloca $1/4$ ó $1/3$ . 13 coloca $1/4$ $1/3$ sin operador 14 coloca cualquier otro valor distinto de $2/7$ que se obtenga de algún procedimiento distinto de solo sumar numerador o denominador. Ejemplo multiplicando en forma cruzada o solo sumando denominador pero colocando el numerador común. (DESCRIBIR Y ANOTAR FRECUENCIA). 15 colocar cualquier expresión que no tiene relación con la tarea propuesta
RESPUESTA OMITIDA	NR
tercera parte	
RESPUESTA INCORRECTA	11 coloca 6 horas 12 coloca $1/6$ 13 coloca 7 horas 14 coloca cualquier otra cantidad no considerada en los códigos 11, 12 o 13 (describir y anotar frecuencia) 15 coloca cualquier expresión no relacionada con la tarea propuesta
RESPUESTA OMITIDA	NR

### Instrumento para vaciar los códigos asignados por los codificadores

ITEM 36																											
PRIMERA PARTE								SEGUNDA PARTE										TERCERA PARTE									
21	22	23	24	12	13	14	NR	21	22	23	24	11	12	13	14	15	NR	21	22	23	24	11	12	13	14	15	NR
0.2	0.01	0	0.01	0.59	0.1	0.04	0.04	0.15	0.01	0.06	0.03	0.31	0.04	0.02	0.28	0.03	0.07	0.08	0.01	0.09	0.02	0.11	0.2	0.03	0.35	0.04	0.07

### Síntesis de los resultados del ítem 36

Al considerar los porcentajes que se obtienen para los diferentes códigos en cada uno de los literales del ejercicio, llama la atención varios aspectos sobre las fracciones al finalizar el noveno grado.

Aproximadamente un 20% de los estudiantes saben diferenciar cuál fracción es mayor; mientras que un 60% de los estudiantes escogen la fracción que tiene mayor denominador.

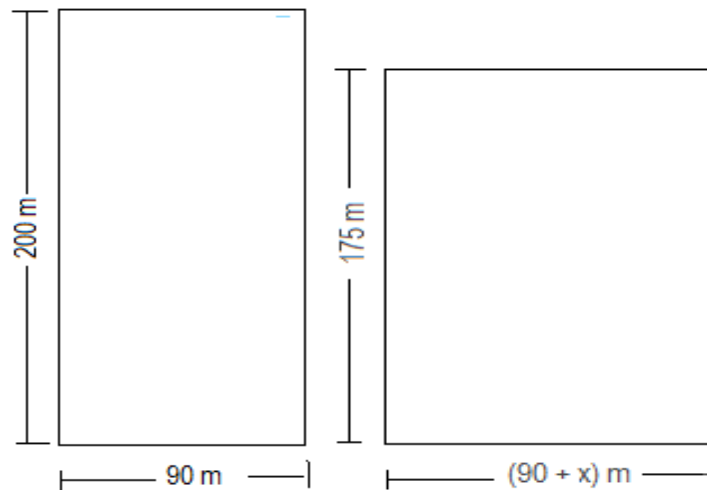
Si se conociera que dos fracciones son fácilmente comparables si tienen igual denominador, entonces al solicitarsele al estudiante que compare cuál de entre una pareja de fracciones tiene el mayor valor relativo, lo que tendría que hacer es convertir las fracciones a otras equivalentes que tengan igual denominador y comparar sus numeradores.

De los estudiantes, que finalizan el tercer ciclo de educación básica, aproximadamente un 25% puede sumar fracciones heterogéneas. Mientras que un 31% procede a la suma de fracciones heterogéneas con una lógica procedimental como cuando sumaba números enteros, es decir, sumaban respectivamente numeradores con numeradores y denominadores con denominadores (obsérvese ejemplo 6). Otro 30% efectúa otros procedimientos incorrectos, muy peculiares como el hecho de colocar el mismo numerador y sumar los denominadores (obsérvese los procedimientos de los ejemplos del 9 al 12).

Al indagar sobre el proceso de expresar una fracción del día, en horas, un 20% de los estudiantes lo logran hacer por distintos procedimientos como aplicar regla de tres, o convertir la fracción a otra equivalente con denominador veinticuatro y expresar las horas como el numerador resultante. Un 10% interpreta la cantidad de horas del día como el denominador de la fracción  $1/6$  del día; es decir, que en  $1/6$  del día hay 6 horas. Otros interpretaron que habían 7 horas como resultado de sumar numerador y denominador. Es notorio que en este caso la cantidad de estudiantes que dejan el ejercicio en blanco es considerable, así como la cantidad de procedimientos “inventados” que tratan de dar respuesta a la situación planteada.

**A. Segundo ítem de desarrollo, ítem 37****Información sobre el ítem****Competencia:** aplicación de la matemática al entorno**Bloque de contenido:** álgebra.**¿Qué evalúa?** El ejercicio solicita que el estudiante ante la situación que se le presenta plantee una ecuación y realice la resolución de la misma.

Un terreno rectangular tiene 90 metros de ancho y 200 metros de largo. Se reduce el largo en 25 metros y se aumenta el ancho en "x" para que el área no cambie.



A) Escribe una ecuación que permita representar la igualdad de las áreas.

Ecuación: \_\_\_\_\_

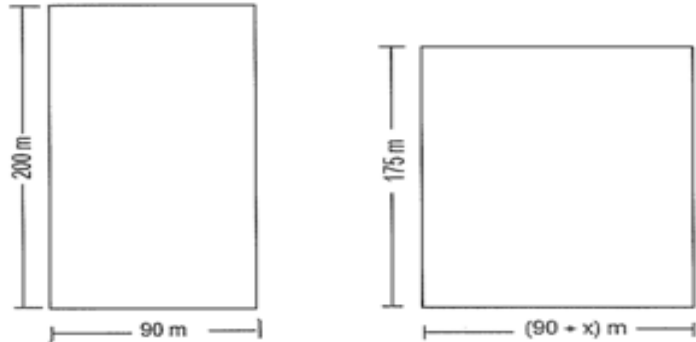
B) Al resolver la ecuación, el valor que se obtiene para x es:



A continuación se presentan algunos muestras de trabajos realizados por los estudiantes de manera correcta:

### Ejemplo 1

37. Un terreno rectangular tiene 90 metros de ancho y 200 metros de largo. Se reduce el largo en 25 metros y se aumenta el ancho en "x" para que el área no cambie.



A) Escribe una ecuación que permita representar la igualdad de las áreas.

Ecuación: \_\_\_\_\_

$$90\text{ m}(200\text{ m}) = (90 + x)\text{ m}(175\text{ m})$$

$$18000 = 90 + x$$

$$18000 - 90 = x$$

$$17910 = x$$

B) Al resolver la ecuación, el valor que se obtiene para x es:

$$90\text{ m}(200\text{ m}) = (90 + x)\text{ m}(175)$$

$$18000 = 15750 + 175x$$

$$18000 - 15750 = 175x$$

$$2250 = 175x$$

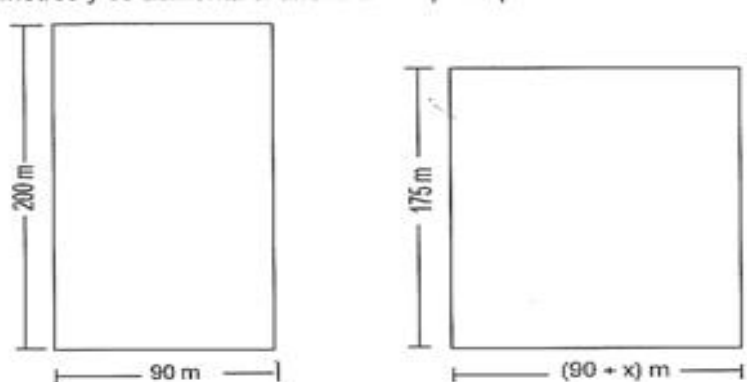
$$\frac{2250}{175} = x$$

$$12.86 = x$$

Valor de x: 12.86

## Ejemplo 2

37. Un terreno rectangular tiene 90 metros de ancho y 200 metros de largo. Se reduce el largo en 25 metros y se aumenta el ancho en "x" para que el área no cambie.



A) Escribe una ecuación que permita representar la igualdad de las áreas.

Ecuación:  $200(90) = 175(90+x)$

B) Al resolver la ecuación, el valor que se obtiene para x es:

$200(90) = 175(90+x)$   
 $18000 = 175x + 15750$   
 $18000 - 15750 = 175x$   
 $\frac{2250}{175} = x$   
 $x = 12.857$

Valor de x:  $\frac{9}{7}$

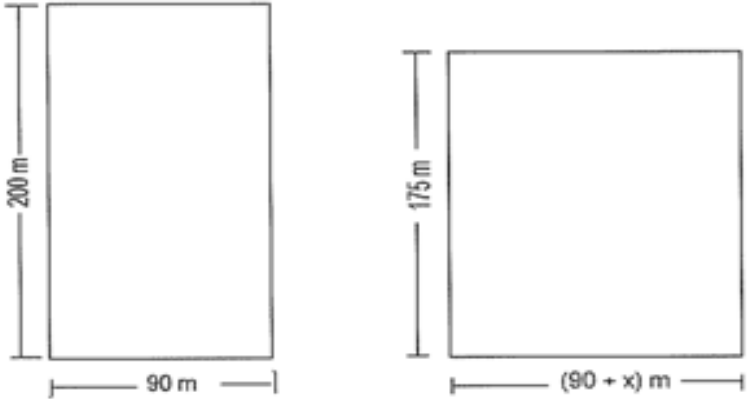
Se muestran dos ejemplos de procedimientos correctamente planteados y resueltos, cabe mencionar que es muy limitado el porcentaje de estudiantes que lograron hacer correctamente los dos procesos.

Además están los procedimientos incorrectos, los cuales también aportan información para los docentes.

### Algunos procedimientos incorrectos se muestran a continuación:

#### Ejemplo 3

37. Un terreno rectangular tiene 90 metros de ancho y 200 metros de largo. Se reduce el largo en 25 metros y se aumenta el ancho en "x" para que el área no cambie.



A) Escribe una ecuación que permita representar la igualdad de las áreas.

Ecuación:  $(90+x)(175) = 0$   
 $x - 175 = 90$   
 $x = 175 + 90$   
 $x = 265$

B) Al resolver la ecuación, el valor que se obtiene para x es:

$x = 265$

Valor de x: \_\_\_\_\_

Aunque conoce el concepto de área, desconoce la condición de igualdad, resulta que iguala el área de un rectángulo a cero y demuestra que no sabe resolver la ecuación, no efectúa los productos indicados y traslada sumandos de un miembro a otro sin cambiar de signo.

## Ejemplo 4

37. Un terreno rectangular tiene 90 metros de ancho y 200 metros de largo. Se reduce el largo en 25 metros y se aumenta el ancho en "x" para que el área no cambie.

A) Escribe una ecuación que permita representar la igualdad de las áreas.

Ecuación:  $A = 90 \cdot 200 = 18000$   
 $A = 175 \cdot (90 + x) = 15750 + 175x$   
 $18000 = 15750 + 175x$   
 $2250 = 175x$   
 $x = 12.857$

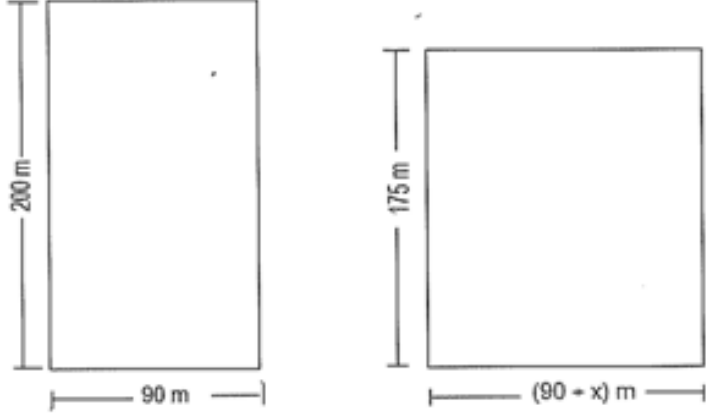
B) Al resolver la ecuación, el valor que se obtiene para x es:

Valor de x: 50

Confunde el concepto de perímetro con el de área, tiene la idea de lo que es plantear una ecuación, aunque la plantea incorrectamente pero evidencia tener idea de cómo resolverla correctamente; es decir, si a este estudiante se le pide que resuelva una ecuación es muy probable que la resuelva.

**Ejemplo 5**

37. Un terreno rectangular tiene 90 metros de ancho y 200 metros de largo. Se reduce el largo en 25 metros y se aumenta el ancho en "x" para que el área no cambie.



A) Escribe una ecuación que permita representar la igualdad de las áreas.

$A_1$   $(200)(90) = A_2 (175)(90+x)$   
Ecuación: \_\_\_\_\_

B) Al resolver la ecuación, el valor que se obtiene para x es:

$= (90+x)(175)$

$-90+x = 175$   
 $x = 175 + 90$   
 $x = 265$

$175 +$   
 $90$   
 $\hline 265$

Valor de x: 265

Aunque plantea bien la ecuación, luego procede incorrectamente para resolverla.

## Instrumento para guiar el proceso de codificación

Para poder clasificar y rescatar la mayor cantidad de información del trabajo realizado por los estudiantes se consideraron distintos procesos para los que los estudiantes pudieron llegar a la respuesta correcta en cada uno de los apartados.

GUÍA DE CODIFICACIÓN DE MATEMÁTICA PARA EL ÍTEM 37 DE NOVENO GRADO. PRUEBA DE LOGROS 2012	
primera parte	
RESPUESTA CORRECTA	21 coloca la ecuación en el espacio asignado $200 \cdot 90 = 175 \cdot (90+x)$ 22 coloca la ecuación en el espacio asignado $200 \cdot 90 = 175 \cdot 90 + 175 \cdot x$ 23 indica cualquiera de las dos ecuaciones anteriores pero en un lugar diferente del asignado
segunda parte	
RESPUESTA CORRECTA	21 valor de $x = 12.86$ con o sin unidades mostrando procedimiento 22 valor de $x = 90/7$ con o sin unidades mostrando procedimiento

### Categoría respuesta correcta

Para cada uno de los literales del ejercicio se consideró más de un procedimiento para obtener la respuesta correcta, para el caso el código 21 del literal "a" es para los que dejan planteado el producto, mientras que el código 22, es para los que plantean el desarrollo del producto. Mientras que en el literal "b", los códigos difieren en el hecho de que en uno deja la respuesta expresada con decimal y en la siguientes, se expresa la respuesta como una fracción.

### Categoría respuesta incorrecta

Entre los procedimientos incorrectos es interesante que el docente perciba que no todos los estudiantes tienen la misma falencia que los haga no poder obtener la respuesta adecuada, en el procedimiento incorrecto del literal "a" se encuentran los estudiantes que confunden perímetro con área; o bien, desconocen el significado de una ecuación y se limitan como en los niveles anteriores, en los cuales resolver un problema implicaba sumar toda cantidad que les apareciera dentro de la situación planteada.

GUÍA DE CODIFICACIÓN DE MATEMÁTICA PARA EL ÍTEM 37 DE NOVENO GRADO. PRUEBA DE LOGROS 2012	
primera parte	
RESPUESTA INCORRECTA	11 suma los lados de un rectángulo y los iguala con el producto de los lados del otro rectángulo. 12 escribe expresión del producto de los lados de cualquiera de los rectángulos 13 escribe expresiones que representan la suma de los valores de los lados de los rectángulos 14 escribe expresión o ecuación no considerada en los numerales anteriores (describa y anote frecuencia) 15 coloca cualquier expresión no relacionada con la tarea propuesta
RESPUESTA OMITIDA	NR
segunda parte	
RESPUESTA INCORRECTA	11 coloca 265 como resultado de sumar 90 con 175 12 coloca 555 como resultado de sumar todos los valores conocidos de los rectángulos. 13 debe aumentar en 25 para que no cambie 14 coloca cualquier otro valor distinto a los mencionados en 11, 12 ó 13. (DESCRIBIR Y ANOTAR FRECUENCIA). 15 colocar cualquier expresión que no tenga relación con la tarea propuesta
RESPUESTA OMITIDA	NR

### Instrumento para vaciar los códigos asignados por los codificadores

Estudiante	CÓDIGOS DE CALIFICACIÓN DEL ÍTEM 37																	
	primera parte									segunda parte								
	21	22	23	11	12	13	14	15	NR	21	22	23	11	12	13	14	15	NR
1																		
2																		
3																		
4																		

### Resultados de los diferentes códigos para ítem 37

ITEM 37																	
PRIMERA PARTE									SEGUNDA PARTE								
21	22	23	11	12	13	14	15	NR	21	22	23	11	12	13	14	15	NR
0.069	0.003	0	0.02	0.072	0.07	0.419	0.058	0.289	0.026	0	0	0.023	0.006	0.041	0.509	0.061	0.334

### Síntesis de los resultados del ítem 37

Al considerar los porcentajes que se obtienen para los diferentes códigos en cada uno de los literales del ejercicio, se destacan algunos aspectos sobre las fracciones al finalizar el noveno grado.

El nivel de respuesta correcto fue bajísimo, aproximadamente un 7% de los estudiantes logran plantear la ecuación que representa la igualdad entre las áreas; pero resolverla todavía se reduce más, ya que no alcanza ni el 3%. Aproximadamente un 60% no intentan hacer al menos un literal del ejercicio, lo cual implica que es una temática muy difícil para los estudiantes al finalizar el tercer ciclo.

Aproximadamente el 50% plantea una solución que no tiene nada que ver con lo pedido en el ejercicio, como limitarse a sumar los valores de los lados de los rectángulos presentados; lo cual denota que en este contexto se desconoce que se refiere a la condición de igualdad de superficies, y no de perímetros como se deduce del planteamiento.



## 6. CONCLUSIONES GENERALES.

- ✓ Más de la mitad de los estudiantes evaluados en el primer ciclo logran resolver ejercicios de suma cuando los sumandos son de 2, 3 y 4 cifras; es de destacar que los estudiantes evidencian comprender el valor posicional de los dígitos de un número indiferentemente del número de sumandos.
- ✓ La mayoría de estudiantes del primer ciclo calculan la suma de tres números realizando una suma vertical, y no dos sumas como se esperaba. Esto es resultado del buen nivel de comprensión del algoritmo de la suma que se tiene al concluir este nivel.
- ✓ La segunda estrategia más utilizada por los estudiantes de primer ciclo para sumar  $243 + 75 + 2500$  es ordenarlos de mayor a menor; esto indica que comprenden que sumar números naturales consiste en ordenarlos de derecha a izquierda y que el número de dígitos verticalmente será descendente.
- ✓ El 48% logra resolver situaciones cotidianas que implican operaciones de suma y/o resta combinadas con la multiplicación; esta información es consistente con los resultados obtenidos por medio de los ítems de opción múltiple donde el 50% logró resolver con éxito situaciones semejantes. Confirmando por un lado la estabilidad de la medida de los aprendizajes de los estudiantes; y por otro, el punto de partida del tipo de apoyo que necesitan los estudiantes.
- ✓ En el segundo ciclo, la solución de situaciones de su entorno donde requiere aplicar porcentajes utilizando proporciones o regla de tres, solamente el 20.22% de los estudiantes evaluados lo hizo correctamente. Significa que aproximadamente 8 de cada 10 estudiantes tiene dificultad para aplicar porcentajes en su entorno.
- ✓ Alrededor del 42.66% de los estudiantes evaluados en el segundo ciclo logra resolver situaciones cotidianas que requieren aplicar la división de cantidades de tres y un dígito; confirmando que entre las operaciones básicas, la aplicación de la división sólo 4 de cada 10 la aplica correctamente.

- ✓ Alrededor del 30% de los estudiantes que resuelve situaciones cotidianas que requieren la división lo hace calculando los residuos de manera mental. Esto evidencia que identificar situaciones donde es necesario calcular cocientes de cantidades de tres y un dígito resultan difíciles para los estudiantes de segundo ciclo.
- ✓ Los estudiantes al finalizar tercer ciclo tienen un limitado dominio sobre los números racionales:
  - i. Pocos reconocen, entre dos fracciones, cuál es la mayor.
  - ii. La gran mayoría de estudiantes, desconocen el algoritmo o proceso adecuado para sumar fracciones heterogéneas, casi la tercera parte, implementa el proceso de sumar numeradores y denominadores de las fracciones involucradas.
  - iii. Desconocen cómo convertir una fracción en otra equivalente, lo cual afecta para resolver situaciones de aplicación sobre conversiones entre cantidades expresadas en distintas unidades (ejemplo convertir  $1/3$  de día en horas).
- ✓ Los estudiantes al finalizar tercer ciclo tienen un limitado dominio sobre el planteamiento de ecuaciones, y resolución de las mismas. Lo cual al contrastar con los porcentajes de respuestas a situaciones sobre ecuaciones pero en formato de opción múltiple da pauta para considerar la posibilidad de que los estudiantes, en esta temática, puedan estar respondiendo al azar.
- ✓ Es frecuente encontrar muchos procedimientos referidos al planteamiento de ecuaciones en el orden de sumar toda cantidad conocida o desconocida. No existe claridad sobre lo que se pide en la situación. Esta práctica es utilizada por muchos estudiantes desde los niveles anteriores.
- ✓ Se sigue manteniendo a este nivel de formación un porcentaje considerable de estudiantes que confunden los conceptos de área y perímetro, aunque hoy lo hacen sumando o multiplicando expresiones algebraicas.

## 7. RECOMENDACIONES GENERALES

- ✓ Para el primer ciclo, es necesario tener presente que se debe trabajar para que los estudiantes eviten separar demasiado los dígitos al momento de ordenarlos de acuerdo con su valor posicional.
- ✓ Elaborar guías donde los sumandos permitan identificar el nivel de dominio que tiene el estudiante, para que el refuerzo sea pertinente y eficaz.
- ✓ Mostrar visualmente el esquema para calcular una suma, colocar los sumandos horizontalmente, luego vertical y enfatizar que la alineación vertical se hace a la derecha y se inicia con las unidades.
- ✓ Superado el anterior punto, todo el esfuerzo focalizado en identificar si el estudiante sólo puede sumar cuando el total es directo; es decir no lleva. O sólo lo puede sumar cuando lleva una vez pero no 2 veces, ni tres. O sólo cuando va intercalado, llevando y no llevando. Para diseñar y construir guías de trabajo y de refuerzo que respondan a las necesidades de su sección.
- ✓ En cuanto a la solución de situaciones cotidianas, que los estudiantes propongan verbalmente vías de solución según su manera de pensar, además, si son operaciones combinadas, que se visualice el planteamiento de las operaciones y luego el desarrollo. Para que al resolver los ejercicios sin contexto, estos tengan significado para el estudiante al desarrollarlos.
- ✓ Graduar las situaciones cotidianas que se plantean a los estudiantes; por ejemplo, primero que sepan resolver una situación donde se requiere calcular el costo de un objeto o prenda a cierto precio; luego el costo total por la compra de dos o más objetos a diferentes precios, los precios y número de objetos deben graduarse.
- ✓ Explorar los procesos aparentemente ilógicos o incoherentes de los estudiantes, para dimensionar el nivel de comprensión de los estudiantes; y así reestructurar o confirmar la metodología utilizada con la población de estudiantes que se atiende.

- ✓ Los distintos elementos y conceptos matemáticos deben presentarse a los estudiantes de tal manera que tengan significado para ellos. Para lo cual se debe partir de situaciones concretas, pasar por etapas semiconcretas y luego inducir a los estudiantes a que logren la representación simbólica de los diferentes elementos matemáticos.
- ✓ Para cualquier algoritmo matemático debe presentarse la fundamentación lógica de su proceso, que se entienda por qué se realiza de la manera que se hace. El algoritmo es el procedimiento simplificado pero que en muchos casos no se entiende por qué se realiza de esa forma.
- ✓ La temática de las fracciones es una de las que los estudiantes tienen más dificultades, debe evitarse el iniciar la representación simbólica de las fracciones por sobre el dominio del concepto con material concreto.
- ✓ El docente debe ser muy cuidadoso al abordar con los estudiantes la adecuada interpretación de la idea de fracción, el significado que tienen los elementos que conforman una fracción y no pasar de largo el proceso de generación de fracciones equivalentes, lo cual beneficiará en procesos tales como comparación de fracciones, suma de fracciones heterogéneas y conversión de cantidades con un tipo de unidades a otro.
- ✓ Los elementos con que se trabaja en álgebra, así como las distintas operaciones que se realizan con las expresiones algebraicas deben ser presentadas de forma tal que tengan significado para los estudiantes, asociar las expresiones algebraicas con elementos del entorno, para luego proceder a introducir los procedimientos algorítmicos de las operaciones básicas.
- ✓ Dentro del álgebra, la temática de las ecuaciones es la culminación de una serie de procesos previos que se deben manejar tales como operaciones con expresiones algebraicas, reducción de términos semejantes, factorización, interpretación de la raíz o solución. El estudiante que logre modelar una situación de la realidad por medio de una ecuación, y resolver e interpretar la solución logra una herramienta poderosa que le permite resolver muchas situaciones problemáticas de forma más simplificada que por métodos aritméticos.



## Departamento de Evaluación de los Aprendizajes

Alameda Juan Pablo II y Calle Guadalupe  
Centro de Gobierno, Plan Maestro,  
Edificio A-3, 3<sup>er</sup> Nivel